

$$1) \quad M = \{ \text{Menge aller Städte} \}$$

$$\sim = \{ (a, b) \in M \times M \mid \text{Identische Einwohnerzahl} \}$$

von a und b

$$2) \quad \mathbb{N} = \{ (x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid y = 2x + k; k \in \mathbb{Z} \}$$

$$3) \quad M = \{ 1; 2; 3; 4; 5 \}$$

$$\sim = \{ (1, 1); (1, 2); (2, 2); (2, 3); (3, 3); (3, 5); (5, 1) \}$$

a) Ordnungsrelation

b) Äquivalenzrelation

} durch
Ergänzung / Streichung

2) reflexiv : $(x, x) \in \#$; $x \in \mathbb{N}$

$$x = 2 \cdot x + k \quad | - 2x \quad \Leftrightarrow \quad -x = k \\ -\mathbb{N} \Rightarrow \mathbb{Z}$$

transitiv : $(x, y) \in \# \wedge (y, z) \in \# \Rightarrow (x, z) \in \#$
 $x, y, z \in \mathbb{N}$

$$y = \underline{2 \cdot x + k_1} \quad \wedge \quad z = \underline{2y + k_2}$$

$$z = 2 \cdot (2x + k_1) + k_2$$

$$z = 2 \cdot 2x + (2k_1 + k_2) \\ \underbrace{2 \cdot \mathbb{N}} + \underbrace{\mathbb{Z}} \quad \checkmark$$

Symmetrie :

$$\begin{array}{l} (4, 2) \rightarrow 2 = 2 \cdot 4 + k = 8 + k \\ (2, 4) \rightarrow 4 = 2 \cdot 2 + k = 4 + k \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} (10, 1) : 1 = 2 \cdot 10 + k \\ (1, 10) : 10 = 2 \cdot 1 + k \end{array} \right.$$

$$(x, y) \in \# \Leftrightarrow (y, x) \in \pi$$

$$y = 2 \cdot x + k_1 \Leftrightarrow x = 2 \cdot y + k_2$$

$$x = 2 \cdot (2x + k_1) + k_2 = 4x + 2k_1 + k_2$$

$$\Rightarrow -3x = 2k_1 + k_2 \quad | : (-3)$$
$$\left(x = \frac{2k_1 + k_2}{-3} \right)$$

$$-3 \cdot 1N = 2 \cdot \mathbb{Z} + \mathbb{Z}$$

\Rightarrow Äquivalenzrelation