MATHEMATIK

01.07.2019

WIEDERHOLUNG

Diese Lücken sollten nicht auch bei Ihnen vorhanden sein:

Wird für das Eintreten eines Ereignis ein anderes vorausgesetzt, so spricht man von einer bedingten Wahrscheinlichkeit und dividiert die ____________________ durch die Voraussetzung.

In einer ____________________ werden alle möglichen Zusammenhänge zweier Ereignisse bzgl. des Gegenereignis und der ______-Verbindung dargestellt, wobei die Randwahrscheinlichkeiten in der Summe immer ____________ ergeben müssen und die ____________ eines einzelnen Ereignisses beschreibt.

Die Unabhängigkeit zweier Ereignisse kann durch den Satz von ____________________ bewiesen werden. Zwei Ereignisse sind ____________, sofern die Wahrscheinlichkeit des gleichzeitigen Eintretens gleich mit dem ____________ der einzelnen Ereignisse ist.

Kann ein Zufallsexperiment auf die beiden Ereignisse ____________________ oder ____________________ reduziert werden, so handelt es sich um eine Binomialverteilung und wird auch als ____________________ beschrieben. Die ____________ X definiert dabei die gewünschte Trefferzahl.
Die Wahrscheinlichkeit berechnet sich durch das Produkt aus den ____________, der Wahrscheinlichkeit hoch Trefferzahl und der ____________ hoch Nietenanzahl.

Graphisch gesehen entsteht eine sogenannte ____________________ Glockenkurve.

ZIELSETZUNG

Themen, die Sie nach dieser Veranstaltung kennen sollten:

- ✓ Geschichte und Bedeutung der Statistik.
- ✓ Wie ist eine statistische Untersuchung aufgebaut?
- ✓ Wofür ist der Ablaufplan einer Untersuchung wichtig?
- ✓ Was verstehen wir unter einer statistischen Einheit?
- ✓ Unterschied zwischen Bestands- und Bewegungsmasse.
- ✓ Welche Eigenschaften hat ein Merkmal?
- ✓ Wie kann man die verschiedenen Skalen unterscheiden?
- ✓ Was verstehen wir unter Transformationen?
- ✓ Aufgaben und Übungen zu den benannten Themen.

AUFGABE I

1. Fritz und Franz sind auf dem Schießstand. Sie schießen abwechselnd. Fritz ist der bessere Schütze mit einer Trefferquote von 80 % (Franz: 50 %).
   Es fällt ein Schuss: Daneben! Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat Franz geschossen?

2. Eine Urne enthält 1 rote, 4 schwarze und 5 weiße Kugeln. Nachdem aus der Urne eine Kugel verdeckt gezogen und beiseite gelegt wurde, wird eine schwarze Kugel gezogen.
   Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die erste gezogene Kugel ebenfalls schwarz?

3. Ein Prüfer beim TÜV hat festgestellt, dass 10 % aller vorgeführten Pkw wegen schwerwiegender Mängel fahruntüchtig sind. 60 % dieser Pkws waren älter als sieben Jahre. 20 % der vorgeführten Pkws bekommen die TÜV-Plakette (sind also fahrtüchtig), obwohl sie älter als sieben Jahre sind.
   Mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommt ein Pkw, der älter als sieben Jahre ist, die TÜV-Plakette nicht?

AUFGABE II

4. Bei einer bestimmten Qualitätskontrolle hat man mit einem Ausschuß von 5 % zu rechnen. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass

   a) unter zehn Artikeln keiner,

   b) unter 20 Artikeln höchstens einer defekt ist.

5. Angenommen eine Erdölbohrung wird mit der Wahrscheinlichkeit $p = 0{,}12$ fündig.

   a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben zehn (zwölf; 15) Bohrungen mindestens einen Erfolg.

   b) Wie viele Bohrungen müssen durchgeführt werden, damit die Wahrscheinlichkeit für einen Erfolg größer als 0,5 ist.

ZUSATZ

1. Von 5 Mathematikern und 7 Informatikern soll ein Ausschuss bestehend aus 2 Mathematikern und 3 Informatikern gebildet werden. Auf wie viele Arten kann dies geschehen, wenn ...

   a) ... jeder Mathematiker und jeder Informatiker ausgewählt werden kann,

   b) ... ein bestimmter Mathematiker im Ausschuss vertreten sein muss und 2 bestimmte Informatiker nicht im vertreten sein dürfen.

2. Bei der Herstellung eines Produkts treten die beiden Fehler „nicht maßhaltig“ (M) und „nicht funktionsfähig“ (F) mit Wahrscheinlichkeiten von 0,1 bzw. 0,15 auf. Beide Fehler treten gleichzeitig mit der Wahrscheinlichkeit 0,05 auf. Ein Produkt ist nur dann verkäuflich, wenn es keinen der beiden Fehler besitzt.
   Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Produkt verkäuflich?

Glaube nur der Statistik,
die Du selbst gefälscht hast.

Die Notlüge,
die gemeine Lüge
und
die Statistik.

Bedeutung der Statistik:

- <u>2500 v. Chr. (Ägypten):</u>
  Erhebung über staatskundliche Phänomene wie Bevölkerung, Ackerbau und Goldbestand
  Kaiser Augustus im Römischen Reich (Volkszählung)

- <u>Seit dem 17. Jahrhundert:</u>
  Inbegriff der Staatsmerkwürdigkeiten eines Landes und Volkes
  Schmeitzel (1679-1747)

- <u>Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsrechnung:</u>
  Theorien im Zusammenhang mit Glücksspielen
  Pascal (1623-1662)
  Fermat (1601-1654)

- <u>Seit dem 19. Jahrhundert:</u>
  Entwicklung von Methoden zur induktiven (schließenden) Statistik
  Regressionsanalyse und Korrelationsrechnung

Anwendungsgebiete:

- Physik: Auswertung von Versuchen
- Biologie Untersuchung von Vererbungsprozessen
- Soziologie Verhalten von Gruppen
- Psychologie Messung von Lernerfolgen
- Medizin Wirksamkeit von neuen Medikamenten
- Wirtschaft Vorhersage von Absatzzahlen

Ablaufdefinitionen:

- Praktische Statistik
  In diesem ersten Schritt werden lediglich Daten gesammelt bzw. Informationen erhoben.
  Es folgen keine Interpretation und Prognosen

- Deskriptive Statistik:
  Die im ersten Schritt erhaltenen Daten werden aufbereitet, gefiltert (gestrafft) und dargestellt.
  Sie endet mit einer Interpretation ohne Prognosen

- Induktive Statistik:
  Die Resultate der ersten beiden Schritte werden mittels mathematischer Methoden und Algorithmen der Wahrscheinlichkeitsrechnungen analysiert.
  Als Ergebnis werden Prognosen für die Zukunft erzeugt

Beispiel:

- Hochschule Fulda:
  An der Hochschule Fulda mit 5000 Studenten nehmen 100 Studenten an der Statistik-Klausur teil, von denen niemand die Klausur besteht.
  Der Dozent behauptet die Durchfallquote läge bei 2%.
  (Siehe auch echte Teilnehmer der Algebra-Klausur)

- Ölpreis:
  Zu einem bestimmten Zeitpunkt kostet der Liter Öl 0,92 €.
  Einen Monat vorher lag er bei 0,96 €.
  In der entsprechenden Woche des Vorjahres betrug der Preis je Liter 0,81 €.
  Demzufolge kann man von einer Preissteigerung von 13,6% gegenüber dem Vorjahr bzw. einer Senkung um 4,2% bzgl. des Vormonats sprechen.

Aufgabe:
Erstellen Sie ein Konzept für den schlüssigen Ablauf einer statistischen Untersuchung inkl. der darin anzuwendenden Methodiken.

Ablaufplan:

1. Planung

Was wollen wir erreichen, welche Frage haben wir?

- Exakte Formulierung des Untersuchungsziels.
- Festlegung des Erhebungsprogramms.
- Klärung organisatorischer Fragen.

2. Erhebung (primär-/sekundärstatistisch)

Wie kommen wir effektiv an die Informationen / Daten dran?

- Schriftliche Befragung
  Vorteil sind die geringen Kosten, Nachteil der lange Zeitraum.

- Mündliche Befragung
  Durch Interview eine teure Erhebungsart mit guten Ergebnissen.

- Beobachtung
  Liefert exakte Ergebnisse (kaum in Wirtschaftswissenschaften).

- Experiment
  Anwendung meist in den Naturwissenschaften / Medizin.

- Automatische Erfassung
  Die Erhebung erfolgt im Augenblick der Entstehung.

3. Aufbereitung

Wie sehen die Daten bzgl. unserer Frage am besten aus?

- Manuelle oder maschinelle Verdichtung des Urmaterials.
- Erzeugung von Tabellen und Schaubildern.

4. Analyse

Was bekommen wir als Ergebnis der Untersuchung heraus?

- Anwendung von mathematisch- statistischer Methoden.

5. Interpretation

Wie können wir die Resultate hinsichtlich der Aufgabe interpretieren?

- Erstellung von fundierten Aussagen aufgrund der Resultate.

Begriffsdefinitionen I:

- Statistische Einheit:
  Die statistische Einheit stellt ein einzelnes, elementares Objekt dar, das Träger der Informationen bzgl. der Untersuchung ist.

- Identifikationskriterien je Einheit:
  Jede statistische Einheit wird aufgrund des Untersuchungsziels durch **sachliche**, **räumliche** und **zeitliche** Kriterien identifiziert.

- Statistische Masse (Gesamtheit):
  Eine statistische Masse (endlich/unendlich) ist eine Menge von statistischen Einheiten, die mit übereinstimmenden Identifikations-kriterien ausgestattet und anhand dieser abgrenzbar sind.

Beispiel: Kommunalwahlen in Hessen

- Masse: Alle wahlberechtigten Personen in Hessen
- Einheit: einzelne wahlberechtigte Bürger
- sachlich: wahlberechtigte Bürger
- räumlich: Gebiet der Stadt / Gemeinde
- zeitlich: Wahltag (27.03.2011)

Aufgabe: Studiendauer in Deutschland

Es soll die durchschnittliche Studiendauer von Studierenden an deutschen Hochschulen bis zum Abschluss Bachelor ermittelt werden.

- Masse: Studenten an deutschen Hochschulen (ohne Abschluss)
- Einheit: einzelne(r) Student(in)
- sachlich: Bachelor Absolvent einer Hochschule
- räumlich: Deutschland
- zeitlich: Zeitraum für den die Studiendauer ermittelt wird.

Begriffsdefinitionen II:

- Bestandsmasse:

  Die Bestandsmasse besteht aus Elementen, die auch nebeneinander vorkommen können und für die eine gewisse Lebensdauer (Zeitstrecke) existiert.
  Die Erfassung erfolgt zu einem definierten Zeitpunkt und erzeugt den sogenannten **Bestand**.

  Beispiele:
  Einwohner von Fulda am 27.03.2011.
  Position eines Lagers am 31.12.2010
  Kassenbestand eines Warenhauses am 01.01.2011

Begriffsdefinitionen III:

- Bewegungs-/Ereignismasse:

  Die Ereignismasse besteht aus Elementen, die ausschließlich zu Einem bestimmten Zeitpunkt existieren
  Das Element, das zu einem bestimmten Zeitpunkt die Bestandsmasse verändert, heißt **Ereignis**.

  Beispiele:
  Geburten in Deutschland im Jahr 2010.
  Baufertigstellungen im September 2010.
  Bei einer Bank im Monat Januar 2011 eingegangene Schecks.

  Anfangsbestand + Zugang – Abgang = Endbestand

Merkmale:

- Merkmale:
  In einer statistischen Untersuchung interessierende Eigenschaften nennt man Merkmale
  (statistische Einheit = **Merkmalsträger**).
  Beispiele:
  Merkmalsträger Student
  Merkmale Alter, Schulabschluss, Studienfach...

- Merkmalsausprägung:
  Die möglichen Werte oder Kategorien, die ein Merkmal annehmen kann, heißen Merkmalsausprägungen und werden in verschiedenen Skalen gemessen und eingeteilt.
  Beispiele:
  Merkmal Geschlecht
  Ausprägung männlich, weiblich

- Häufbares Merkmal:
  Ein Merkmal heißt häufbar, wenn an derselben Einheit mehrere Ausprägungen des betreffenden Merkmals zum gleichen Zeitpunkt vorkommen können.
  Beispiele:
  Unfallursache: überhöhte Geschwindigkeit und Trunkenheit

- Merkmalsklassen:
  Sollen bei einer Erhebung/Aufbereitung nicht alle möglichen Ausprägungen erfasst werden, können benachbarte Werte zu einer Klasse zusammengefasst werden.
  Beispiele:
  Einkommensklasse: von 1 bis 2500, von 2501 bis 5000...

Messskalen I:

Die innerhalb einer Untersuchung / Erhebung erzeugten Daten / Werte werden in verschiedenen Skalen gemessen und eingeteilt:

- Nominalskala:
  Die Ausprägungen haben keine natürliche Reihenfolge, sondern existieren gleichberechtigt nebeneinander.
  Religion, Geschlecht, Farbe und Autokennzeichen

- Ordinalskala:
  Es besteht eine natürliche Rangordnung zwischen den Werten, d.h. man kann eine größer als – Beziehung aufstellen.
  Allerdings sind die Abstände nicht quantifizierbar.
  Examensnoten, Güteklasse (Lebensmittel), Rangplätze (Fußballliga)

- Intervallskala:
  Neben der Rangordnung können zusätzlich auch die Abstände zwischen den Merkmalen angegeben werden, wobei der NULL-Punkt frei wählbar ist.
  Temperaturmessung in °C, Kalenderzeitrechnung

Messskalen II:

- Verhältnisskala:
  Zusätzlich zu der Intervallskala existiert ein absoluter NULL-Punkt, jedoch keine natürliche Einheit (Quotient sinnvoll)
  Körpergröße, Alter, Einkommen

- Absolutskala:
  Eine metrische Skala mit einem natürlichen NULL-Punkt und einer natürlichen Einheit

- metrisch: Alle Skalen, denen ein Maßsystem zugrunde liegt.
  (Intervall-/Verhältnisskala)

- diskret: Es werden nur bestimmte Werte angenommen (metrisch).
  Geldeinkommen, Zahl der Studenten

- stetig: Es kann jeder beliebige Wert erreicht werden.
  Füllgewicht, Lebensalter

Aufgabe 1 - Merkmalsausprägung:
Geben Sie zu folgenden Merkmalen mind. 3 Ausprägungen an.

a) Haarfarbe	b) Einkommen	c) Klausurnote
d) Körpergewicht	e) Studienfach	f) Kinderzahl

Aufgabe 2 -Messskalen:
Auf welcher Skala können folgende Merkmale gemessen werden

a) Militärdienstgrad	b) Semesterzahl	c) Alter
d) Temperatur	e)Klausurpunkte	f) Geschlecht
g) Breitengrad	h) Studienfach	i) Körpergröße
j) Fahrpreise	k) Nationalität	l) Handelsklasse

Aufgabe 3 - Häufbarkeit:
Welche der folgenden Merkmale sind häufbar?

a) Körpergröße	b) Schulbildung	c) Alter
d) Kinderanzahl	e) ausgeübter Beruf	f) Augenfarbe

Transformation:

Unter der Skalentransformation versteht man die Übertragung der Ausgangswerte in die Werte einer neuen Skala.
Dies ist nur dann zulässig, sofern die Informationen dabei erhalten bleiben (informationserhaltend).

Beispiele:

- Die Werte „männlich“ und „weiblich“ werden in die Werte 0 und 1 transformiert. Diese Verschlüsselung ist eine Skalentransformation.
- Die Umrechnung von Grad Celsius in Grad Fahrenheit ist eine lineare Transformation (y[°F]=1,8[°C]+32) einer Intervallskala.
- Die Umrechnung einer Währung in eine andere entspricht der Transformation einer Verhältnisskala.

Transformationstabelle

	Unterscheidungsmöglichkeiten Für die Skalenwerte a, b und c	Transformierbarkeit
Nominalskala (qualitative Merkmale)	a = b oder $a \neq b$	eineindeutig
Rang- oder Ordinalskala (intensitätsmäßig)	a = b oder a < b oder a > b	streng monoton
Intervallskala (metrisch, quantitativ)	a = b oder a < b oder a > b **und** b – a = c – b oder b – a < c – b oder b –a > c – b	linear $y_i = dx_i + e$
Verhältnisskala (metrisch, quantitativ)	a = b oder a < b oder a > b **und** b – a = c – b oder b – a < c – b oder b –a > c – b **und** b : a = c : b oder b : a < c : b oder b : a > c : b	linear $y_i = dx_i$
Absolutskala (metrisch, quantitativ)	a = b oder a < b oder a > b **und** b – a = c – b oder b – a < c – b oder b –a > c – b a = b oder a < b oder a > b **und** b – a = c – b oder b – a < c – b oder b –a > c – b **und** a = aE, wobei E eine natürliche Einheit ist	identisch $y_i = x_i$

Empirische Verteilung I

- Urliste:

  Werden die bei einer statistischen Untersuchung erhobenen, erzeugten Beobachtungswerte nacheinander aufgeschrieben, so erhält man eine **statistische Reihe (Urliste)**.

  Diese kann geordnet oder ungeordnet dargestellt werden.

  Beispiel:

  Eine Untersuchung vom Kaufverhalten einer bestimmten Zeitung ergab folgende geordnete Reihe (Dauer 30 Tage):

  0,0,0,1,1,1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,3,3,3,3,3,3,3,3,4,4,5,5,5,5,5

Empirische Verteilung II

- <u>Absolute Häufigkeit:</u>
  Die Anzahl der Beobachtungswerte mit der Merkmalsausprägung x_j heißt absolute Häufigkeit und wird mit $h(x_j)$ bezeichnet.
  Die Summe aller absoluter Häufigkeiten ergibt die Gesamtzahl n der Beobachtung $\sum_{j=1}^{k} x_j = n$

- **Beispiel:**

h(0)=3	h(1)=6	h(2)=4
h(3)=10	h(4)=2	h(5)=5

Gesamtzahl n = 3 + 6 + 4 + 10 + 2 + 5 = 30

Empirische Verteilung III

- ✓ Relative Häufigkeit:
  Der relative (prozentuale) Anteil der absoluten Häufigkeit $h(x_j)$ einer Merkmalsausprägung x_j an der Gesamtzahl n der Beobachtungswerte heißt relative Häufigkeit und wird mit $f(x_j)$ bezeichnet.
  Es gilt $f(x_j) = \frac{h(x_j)}{n}$, mit $0 \leq f(x_j) \leq 1$ und $\sum_{j=1}^{k} f(x_j) = 1$

Beispiel:

$f(0) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$ $\quad f(1) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$ $\quad f(2) = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$

$f(3) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$ $\quad f(4) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$ $\quad f(5) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

Darstellungen I

- <u>Tabelle:</u>
  Eine Tabelle dient der systematischen und übersichtlichen Zusammenstellung von Daten.
  Wichtig: Leichte Lesbarkeit und unmissverständliche Bezeichnungen

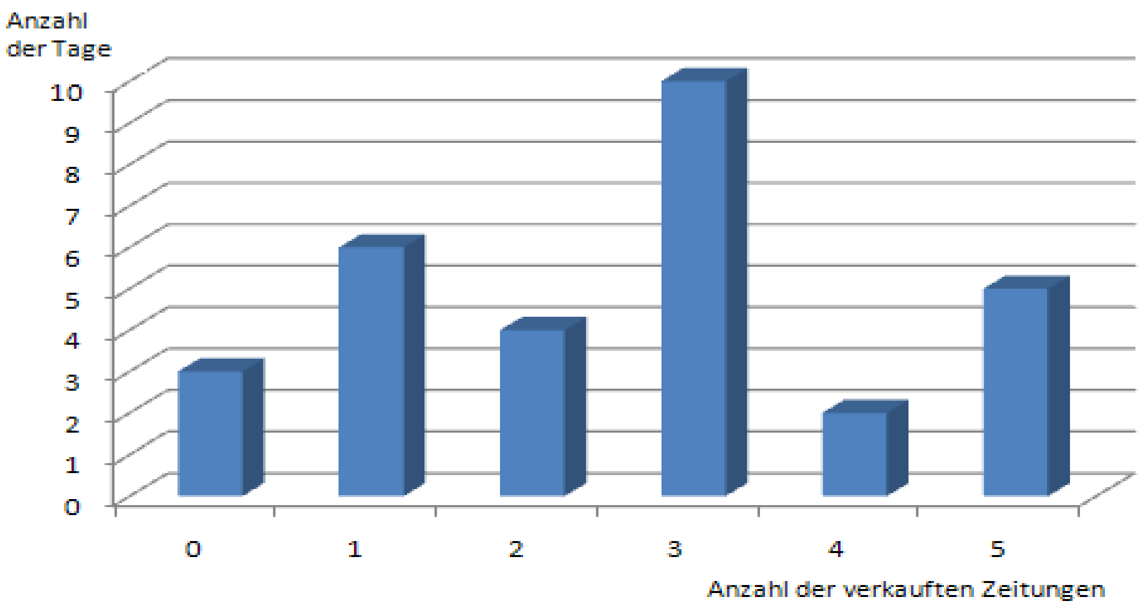
Beispiel:

Verkaufte Zeitungen	0	1	2	3	4	5	∑
Anzahl der Tage	3	6	4	10	2	5	30
Anteil der Tage in %	10%	20%	13%	33%	7%	17%	100%

Darstellungen II

- <u>Stab- / Säulendiagramm :</u>
  Die Häufigkeiten der Merkmale werden durch Längen von Strecken dargestellt (höhenproportionale Darstellung).
  Die Stäbe bzw. Säulen können noch unterteilt werden und haben meist Zwischenräume (siehe Wahlergebnisse).
  Es ist für nominal und ordinal messbare Merkmale geeignet.

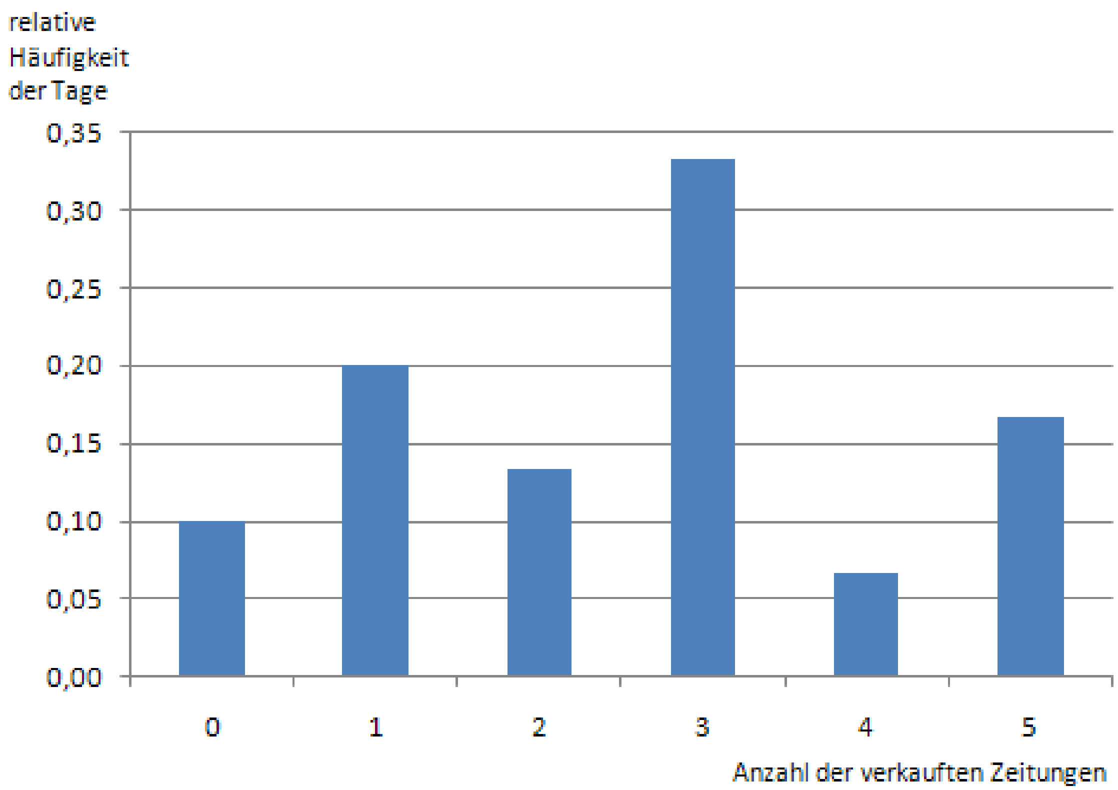
Beispiel:



Darstellungen III

- <u>Histogramm:</u>
  Ein Histogramm wird mittels eines Säulendiagramms dargestellt, wobei der Flächeninhalt der Säulen exakt der relativen Häufigkeit entspricht, so dass die Summe aller Flächen stets 1 ergibt.

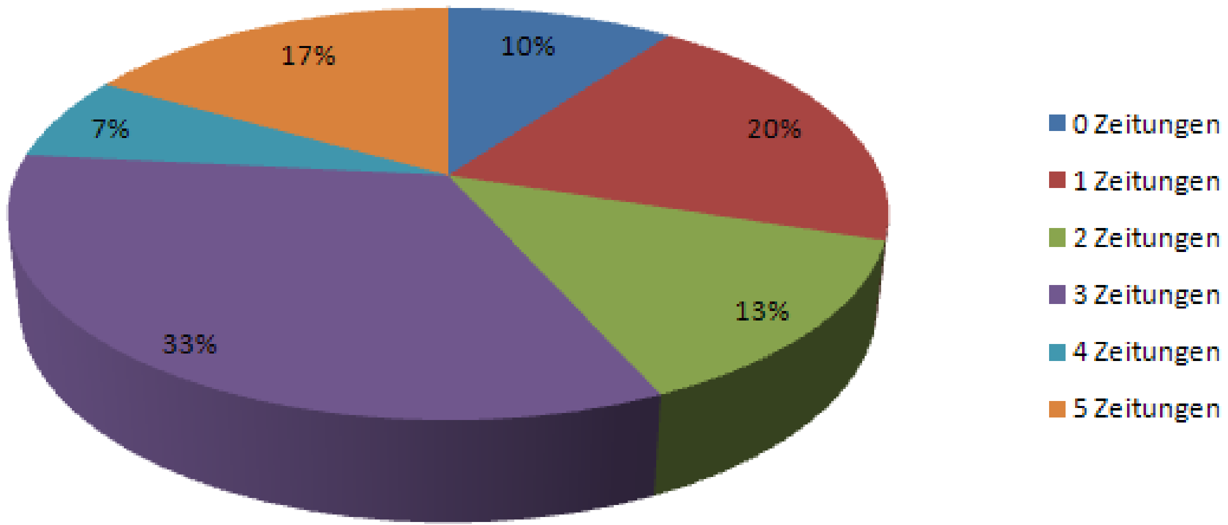
Beispiel:



Darstellungen IV

- <u>Kreisdiagramm:</u>
  Die grafische Darstellung von relativen Häufigkeiten durch die sektorale Aufteilung einer Kreisfläche heißt Kreisdiagramm.
  Wichtig: Bei zu großen Merkmalsausprägungen nicht einsetzbar.

Beispiel:



Summenhäufigkeit (kleiner gleich) I

✓ <u>Definition:</u>

Durch fortlaufende Summierung (Kumulierung) lassen sich aus den absoluten Häufigkeiten die **absoluten** Summenhäufigkeiten H_i wie folgt bilden:

$$H(x_i) = h(x_1) + h(x_2) + \cdots + h(x_i) = \sum_{j=i}^{i} h(x_i)$$

H_i gibt die Anzahl der Elemente an, die einen Merkmalswert besitzen, der höchstens x_i beträgt. In entsprechender Weise lassen sich die **relativen** Summenhäufigkeiten F_i berechnen:

$$F(x_i) = f(x_1) + f(x_2) + \cdots + f(x_i) = \sum_{j=i}^{i} f(x_i)$$

oder

$$F(x_i) = \frac{H(x_i)}{N}$$

Summenhäufigkeit II

Mit Hilfe der relativen Summenhäufigkeit lässt sich die Summenhäufigkeitsfunktion (**empirische Verteilungsfunktion**) $F(x)$ definieren. $F(x)$ gibt den Anteil der Elemente mit einem Merkmalswert kleiner oder gleich x an.

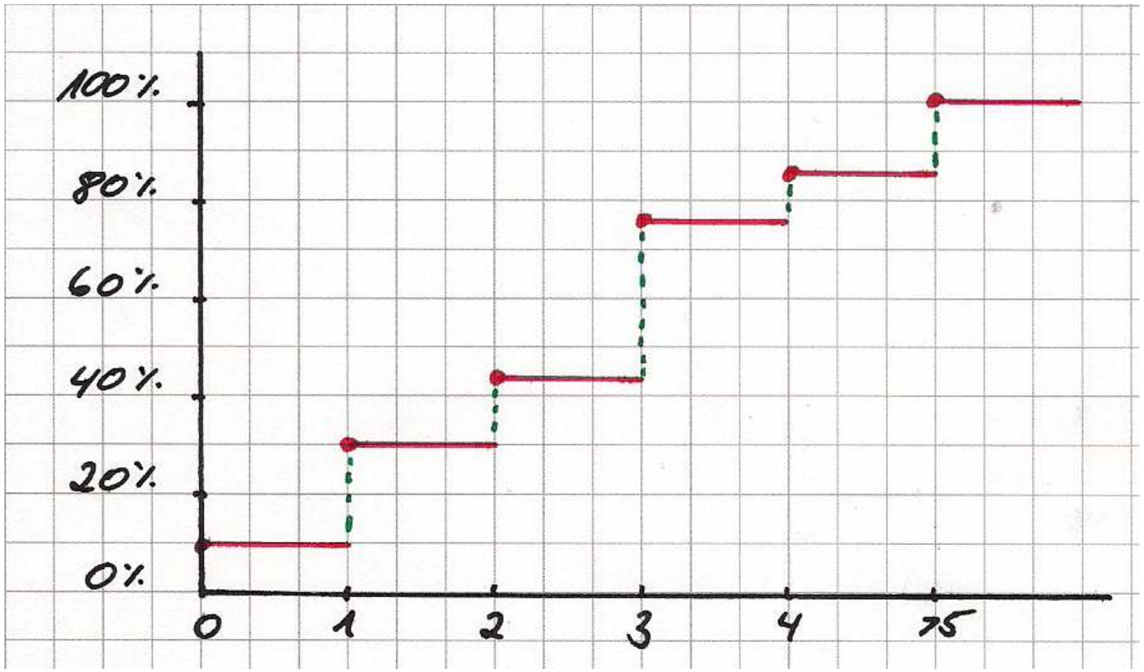
Beispiel:

Verkaufte Zeitungen	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**>5**
Anzahl der Tage	3	6	4	10	2	5
Anteil der Tage in %	10%	20%	13%	33%	7%	17%
absolute Summenhäufigkeit	3	9	13	23	25	30
relative Summenhäufigkeit	10%	30%	43%	77%	83%	100%

Darstellung Summenhäufigkeit I

<u>Treppenfunktion:</u>
Ähnlich wie bei der Gauß-Klammer-Funktion werden die zugehörigen relativen, kumulierten Häufigkeiten eingetragen, wobei die Funktion an jedem Merkmalswert auf die Summenhäufigkeit springt.

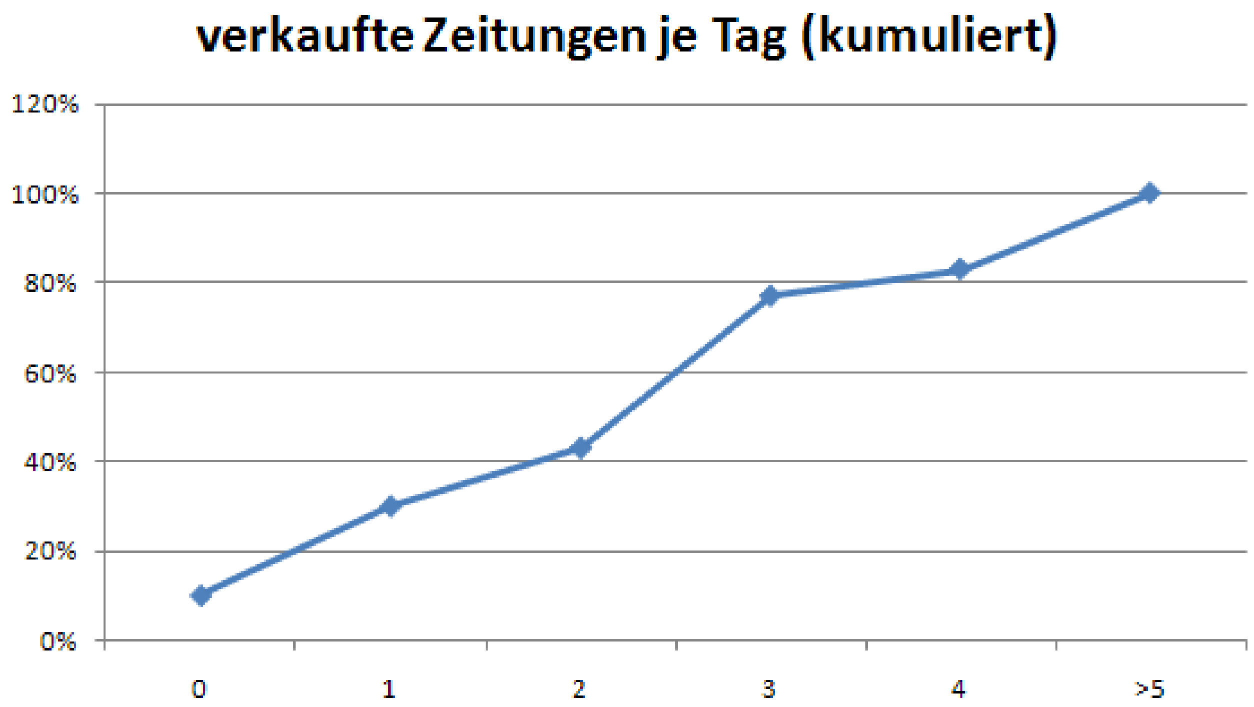
Beispiel:



Darstellung Summenhäufigkeit II

<u>Liniendiagramm:</u>
Es werden die jeweiligen Punkte zu den Merkmalswerten in ein Koordinatensystem eingetragen und diese Punkte anschließend mittels einer Geraden verbunden.

Beispiel:



Resthäufigkeit (größer gleich)

Definition:

Die einer Merkmalsausprägung oder Klasse zugeordnete Häufigkeit der Werte, die diese Ausprägung / Grenze überschreiten, heißt Resthäufigkeit und stellt somit die Umkehrung / das Gegenteil der Summenhäufigkeit dar.

absolute Resthäufigkeit:

$$H_R(x_i) = \sum_{x_k > x_i} h(x_k) = N - H(x_i)$$

relative Resthäufigkeit:

$$F_R(x_i) = \sum_{x_k > x_i} f(x_k) = 1 - F(x_i)$$

Beispiel:

Verkaufte Zeitungen	0	1	2	3	4	5
Anzahl der Tage	3	6	4	10	2	5
Anteil der Tage in %	10%	20%	13%	33%	7%	17%
absolute Summenhäufigkeit (bis)	3	9	13	23	25	30
relative Summenhäufigkeit	10%	30%	43%	77%	83%	100%
absolute Resthäufigkeit (über)	27	21	17	7	5	0
relative Resthäufigkeit	90%	70%	57%	23%	17%	0%

Aufgaben:

1) An einer Prüfung, bei der maximal 10 Punkte erreicht werden können, nahmen 50 Personen teil.

   Es wurde folgende Ergebnisreihe erzielt:

   0,1,1,1,2,2,2,2,3,3,4,4,4,4,4,5,5,5,5,5,5,6,6,6,6,6,6,6,7,7,7,7,7,7,7,
   7,7,7,8,8,8,8,9,9,9,9,9,10,10.

a) Berechnen Sie die absolute und relative Häufigkeit.
b) Bestimmen Sie die absolute und relative Summenhäufigkeiten.
c) Bestimmen Sie die absolute und relative Resthäufigkeiten.
d) Zeichnen Sie Ihre Ergebnisse in ein Schaubild Ihrer Wahl.