MATHEMATIK

23.05.2019

WIEDERHOLUNG

Bei den Ebenen unterscheiden wir die _____________ und die parameterfreie Darstellung. Wenn wir eine Ebenengleichung durch drei Punkte bestimmen wollen, so müssen die zugehörigen Vektoren __________________ sein, da es sonst nur eine Gerade wäre.
Für die Parameterform müssen wir ausgehend von einem der gegebenen Punkte die beiden _____________ berechnen.
Wenn wir die _____________ (parameterfreie Darstellung) erzeugen möchten, müssen wir im ersten Schritt den _________________ durch das äußere Produkt der beiden Richtungsvektoren berechnen. Dieser Stellungsvektor entspricht grafisch gesehen einem _____________ auf der Ebene.
Um den letzten Parameter für die parameterfreie Darstellung berechnen zu können, setzen wir den _____________ der Ebene in die Gleichung ein und berechnen *d*.
Bei der gegenseitigen Lage zweier Ebenen im Euklidischen Vektorraum gibt es drei Möglichkeiten:

- _____________
- _____________
- _____________

Zur Prüfung bilden wir zuerst die beiden _____________ und testen auch hier, ob diese beiden Vektoren linear abhängig sind. Ist dies der Fall, so wählen wir einen _____________ Punkt der ersten Ebene und setzen diesen in die zweite Ebene ein. Stimmt die entstehende Aussage, so sind beide Ebenen _____________, anderenfalls verlaufen Sie parallel.
Sollten die beiden Stellungsvektoren _____________ sein, so muss eine Schnittgerade vorhanden sein. Damit wir die zugehörige Gleichung erstellen können, bilden wir das ________________ der beiden Stellungsvektoren und erhalten dadurch den _____________ der Schnittgeraden.
Da der Startvektor auf beiden Ebenen ____________ liegen muss erhalten wir ein Gleichungssystem, das aus ______Unbekannten und _______Gleichungen besteht. Also dürfen wir eine Variable frei wählen und können anschließend die beiden fehlenden Koordinaten berechnen.
Für die Abstandberechnung gibt es eigentlich nur drei verschiedene Möglichkeiten:

- _____________
- Gerade-Gerade (_____________)
- _____________

Das liegt einfach daran, dass wir bei zwei _____________ Geraden/ Ebenen immer einen Punkt auf der Geraden/ Ebenen bestimmen und dadurch wieder in der Formel Punkt-Gerade/Ebene sind.

AUFGABEN

1. Punkt zu Gerade:

   $g: A = (3;-1;4); B = (2;5;-2)$ $\qquad$ $Q = (-2;3;1)$

2. Punkt zu Ebene:

   $e: (2,1,-5)^T; (-1,3,-4)^T; (1,-2,1)^T$ $\qquad$ $Q = (2;-1;4)$

3. Gerade zu Gerade :

   $$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \alpha \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 12 \\ -3 \end{pmatrix}$$

4. Gerade zu Ebene:

   $$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \alpha \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad e: x - 2y + z = 4$$

AUFGABEN

5. Gegeben sind die beiden Punkte $A = (1;3;-2)^T$ und $B = (3;4;-1)^T$ und die Ebene mit $e: 2x - 3y + z = -5$.

   a) Bestimmen Sie die Geradengleichung durch die beiden Punkte A und B und geben Sie die Parameterdarstellung der Ebene an.
   b) Berechnen Sie den Schnittpunkt der Geraden mit der Ebene.

6. Gegeben sind die Punkte $X = (1;1;2)^T$, $Y = (4;2;-1)^T$ und $Z = (0;1;4)^T$ sowie die Ebene mit $e_2: -x + 2y - 2z = 4$.

   a) Bestimmen Sie die Gleichung der Ebene durch die Punkte X, Y und Z in der parameterfreien Form und geben Sie die Parameterdarstellung der Ebene e_2 an.
   b) Wie liegen die beiden Ebenen zueinander?
      Bestimmen Sie ggf. den Abstand bzw. die Schnittgerade.