gesucht

Ausgangsmatrix $\rightarrow A \cdot \vec{x} = \vec{b} \longrightarrow$ Lösungsvektor $\quad | \cdot A^{-1}$ LINKS

$$(n,m)\cdot(m,1) = (n,1)$$

$$\underline{A^{-1}\cdot} A \cdot \vec{x} = \underbrace{E}_{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}} \cdot \vec{x} = \underline{A^{-1}\cdot \vec{b}}$$

$$a \cdot x = b \quad | \cdot 1/a \;, \quad a <> 0$$

$$1/a \cdot a \cdot x = a \cdot x \cdot 1/a = 1 \cdot x$$

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{2} & 4 & 4 \\ -1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad \det(A) = 2 <> 0$$

$\Rightarrow$ regulär $\Rightarrow$ invertierbar

$$+\begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -3 \quad ; \quad -\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \quad ; \quad +\begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$$

$$-\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 4 \quad , \quad +\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -2 \quad ; \quad -\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$+\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = 12 \quad ; \quad -\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = -4 \quad , \quad +\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -2$$

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & 0 \\ 12 & -4 & -2 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} -3/2 & 2 & 6 \\ 1/2 & -1 & -2 \\ 1/2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ -1 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad \det(A) = 2 <> 0$$

$$\Rightarrow \text{regulär} \Rightarrow \text{invertierbar}$$

$$+\begin{vmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -3 \quad ; \quad -\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \quad ; \quad +\begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1$$

$$-\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 4 \quad , \quad +\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -2 \quad ; \quad -\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$+\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = 12 \quad ; \quad -\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = -4 \quad , \quad +\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -2$$

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & 0 \\ 12 & -4 & -2 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} -3/2 & 2 & 6 \\ 1/2 & -1 & -2 \\ 1/2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$\lambda = 1$: Eigenvektoren

Eigenwerte ?

$$\mathrm{DET}(A - \lambda \cdot E) = 0$$

$$\mathrm{Det}\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}\right] = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 0 & 0 \\ -1 & 3-\lambda & 0 \\ 0 & -3 & -\lambda \end{vmatrix}$$

$$(1-\lambda)\cdot(3-\lambda)\cdot(-\lambda) = 0 \qquad \mathbb{L}_\lambda = \{0; 1; 3\}$$

$$A \cdot \vec{x} = \lambda \cdot \vec{x}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ -x_1 + 3x_2 \\ -3x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$\left| \begin{array}{l} x_1 = x_1 \\ -x_1 + 3x_2 = x_2 \\ -3x_2 = x_3 \end{array} \right| \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 0 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 = 0 \\ -3x_2 - x_3 = 0 \end{array} \right| \qquad x_2 = r$$

$$\Rightarrow \vec{x} = \begin{pmatrix} 2r \\ r \\ -3r \end{pmatrix} \;\hat{=}\; \text{Eigenvektor zu } \lambda = 1$$

$$\lambda = 0: \; (0; 0; r)^T \; ; \quad \lambda = 3: \; (0; -r; r)^T$$