AUFGABEN

1. Gegeben sind die Punkte A=(1,2,0), B=(3,0,4) und C=(3,2,8).

   a) Bestimmen Sie die Geradengleichung durch die Punkte A und B.
   b) Berechnen Sie – sofern möglich – den Abstand von C zu

2. Gegeben sind die zwei Punkte $A=(5,0,-3)^T$ und $B=(4,2,2)^T$ und die Ebene

   $$e_1: \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}; r,s \in R$$

   a) Berechnen Sie die Geradengleichung durch A und B.
   b) Bestimmen Sie die Schnittpunkt der Geraden mit der Ebene e_1.
   c) Geben Sie den Schnittwinkel des Stellungsvektors der Ebene und der Geraden an.

   d) Abstand von A zu e.

S 86 Nr. 2

a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix}5\\0\\-3\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}4-5\\2-0\\2+3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\0\\-3\end{pmatrix} + r\begin{pmatrix}-1\\2\\5\end{pmatrix}$

parameterfreie Form $\vec{n} = \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$

$-3x + 5y - z = d \Longleftarrow \vec{n} = \begin{pmatrix}-1-2\\4+1\\1-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\5\\-1\end{pmatrix}$

$-3\cdot 5 + 5\cdot 0 - 1\cdot(-3) = -12$

$-3x + 5y - z = -12$

$\begin{pmatrix}-3\\5\\-1\end{pmatrix} * \begin{pmatrix}-1\\2\\5\end{pmatrix} = 3 + 10 - 5 = 8 <> 0$

=> nicht senkrecht

5) $g = e$: $\begin{pmatrix}5\\0\\-3\end{pmatrix} + \gamma\begin{pmatrix}-1\\2\\5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + \alpha\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$

$$\left|\begin{array}{rrrcr} \alpha & +2\beta & +\gamma & = & 4 \\ \alpha & +\beta & -2\gamma & = & 0 \\ 2\alpha & -\beta & -5\gamma & = & -4 \end{array}\right|$$

Pivot $|\cdot(-1)$ $|\cdot(-2)$

$$\left|\begin{array}{rrrcr} \alpha & +2\beta & +\gamma & = & 4 \\ 0 & -\beta & -3\gamma & = & -4 \\ 0 & -5\beta & -7\gamma & = & -12 \end{array}\right|$$

Pivot $|\cdot(-5)$

$$\left(\begin{array}{rrrcr} \alpha & +2\beta & +\gamma & = & 4 \\ 0 & -\beta & -3\gamma & = & -4 \\ 0 & 0 & 8\gamma & = & 8 \end{array}\right)$$

$S(4;2;2)^T$

$\gamma = 1$ } ge[illegible]

c) $f(\vec{a};\vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\alpha)$

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = (3+10-5) = \sqrt{9+25+1} \cdot \sqrt{1+4+25} \cdot \cos(\alpha)$$

$$8 = \sqrt{35} \cdot \sqrt{30} \cdot \cos\alpha$$

$$\alpha = \arccos \frac{8}{\sqrt{1050}}$$

d) Abstand von A zu e.

$$\hookrightarrow \frac{ax+by+cz-d}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{-3 \cdot 5 + 5 \cdot 0 - (-3) + 12}{\sqrt{35}}$$

$$d = \frac{0}{\sqrt{35}}$$

1) a)

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

3,4   4,2 → 3,2

$$\begin{pmatrix} 6+1+5+6 & 3+0+5+6 \\ 4+3+0+3 & 2+0+0+3 \\ 2+2+1+0 & 1+0+1+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 14 \\ 10 & 5 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 18 & 14 \\ 10 & 5 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18+28 & 0+28 & 4\text{[illegible]} \\ 10+10 & 0+10 & 20 \\ 5+4 & 0+4 & 9 \end{pmatrix}$$

3,2   2,3

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 46 & 28 & 46 \\ 20 & 10 & 20 \\ 9 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

3,3