1) Prüfung mittels: → Punktprobe
→ Basis
→ lineare Abhängigkeit der Richtungsvektoren

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + p \cdot \begin{pmatrix} 4-2 \\ -2-1 \\ 1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + p \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \vec{c}$$

$$\begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix} = p \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow p = 2 \quad ✓$$

2)

$$g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \alpha \cdot \begin{pmatrix} 4-3 \\ -2-2 \\ 2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \cdot 2$$

$$g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \beta \cdot \begin{pmatrix} -1+3 \\ -4-4 \\ 8-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \beta \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \\ 6 \end{pmatrix}$$

=> lineare Abhängigkeit der Richtungsvektoren

=> parallel, identisch

Punktprobe von $\vec{c}$ auf g_1

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \alpha \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \alpha = -6 \\ \alpha = -\frac{1}{2} \ ↯ \end{matrix}$$

=> $g_1 \parallel g_2$

3) $g_1: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \alpha \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$; $g_2: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix} + \rho \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$

$$\alpha \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix} \qquad \left.\begin{matrix} \alpha = 3/4 \\ \alpha = 1 \end{matrix}\right\} ↯$$

$\Rightarrow$ Schnittpunkt, windschief

$g_1 = g_2$

$$\alpha \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \rho \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -3 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$$\left| \begin{matrix} 4\alpha & -3\rho & = 11 \\ -\alpha & +\rho & = -3 \\ 2\alpha & +4\rho & = -8 \end{matrix} \right| \begin{matrix} \\ \cdot 4 \\ \cdot 2 \end{matrix} \quad \left| \begin{matrix} -\alpha & +\rho & = -3 \\ 0 & \rho & = -1 \\ 0 & 6\rho & = -14 \end{matrix} \quad \begin{matrix} ↯ \\ \rho = -7/3 \end{matrix} \right|$$

$\Rightarrow g_1$ windschief zu g_2

1) $e: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 4-2 \\ -2-1 \\ 1-3 \end{pmatrix} + \beta \cdot \begin{pmatrix} 4-2 \\ -2-1 \\ 2-3 \end{pmatrix}$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \\ 2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \\ 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 3-6 \\ -4+2 \\ -6+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$-3 \cdot x - 2 \cdot y + 0 \cdot z = d$$

$$-3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + 0 \cdot 3 = -6 - 2 = -8$$

$$\Rightarrow -3x - 2y = -8$$