$$\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix} = \vec{a}\,; \quad \begin{pmatrix}-2\\4\\1\end{pmatrix} = \vec{b}$$

→ Vektorprodukt

→ Winkel zwischen den Vektoren

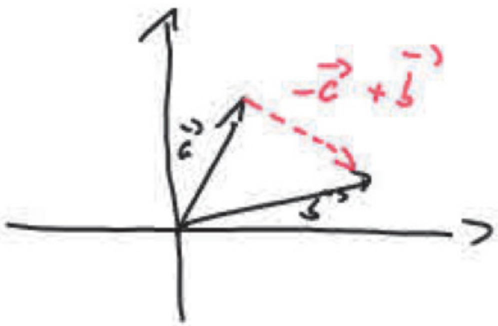
→ Abstand der Vektoren

Winkel mit den Achsen

$$\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}-2\\4\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2-12\\-6-1\\4-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-14\\-7\\0\end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} \varphi(\vec{a}, \vec{b}) &= -2-8+3 = -7 \\ |\vec{a}| &= \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14} \\ |\vec{b}| &= \sqrt{4+16+1} = \sqrt{21} \end{aligned}\right\} \quad \alpha = \arccos\left(\frac{-7}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{21}}\right)$$

$$\alpha \approx 114^\circ$$



$$|-\vec{a}+\vec{b}| = \sqrt{(-3)^2+(-6)^2+2^2} = \sqrt{49} = 7$$

$\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\underline{x\text{-Achse}}: \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad |x\text{-Achse}| = \sqrt{1}$

$\alpha_x = \arccos \frac{1 \cdot 1}{\sqrt{1} \cdot \sqrt{14}} = \arccos \frac{1}{\sqrt{14}}$

$\underline{y\text{-Achse}}: \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \alpha_y = \arccos \frac{-2}{\sqrt{14}}$

$\underline{z\text{-Achse}}: \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \alpha_z = \arccos \frac{3}{\sqrt{14}}$

Welche max Dimension spannen folgende Vektoren auf?

$$\vec{a} = (1; 3; -2)^T \; ; \; \vec{b} = (2; 1; 4)^T \; ; \; \vec{c} = (-1; 7; 14)^T$$

-14

$$\alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b} + \gamma \cdot \vec{c} = \vec{0} \quad \text{(Linearkombination)}$$

$$\left| \begin{array}{rrrcl} \alpha & +2\beta & -\gamma & = & 0 \\ 3\alpha & +\beta & +7\gamma & = & 0 \\ -2\alpha & +4\beta & +14\gamma & = & 0 \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} | \cdot (-3) \\ | \cdot 2 \end{array}$$

-14γ

Pivot

$$\left| \begin{array}{rrrcl} \alpha & +2\beta & -\gamma & = & 0 \\ 0 & -5\beta & +10\gamma & = & 0 \\ 0 & +8\beta & +12\gamma & = & 0 \end{array} \right| \quad \begin{array}{l} \\ | : 5 \\ | : 4 \end{array}$$

-16γ

Vereinfachung

$$\left|\begin{array}{ccccc} \alpha & +2\beta & -\gamma & = & 0 \\ 0 & -\beta & +2\gamma & = & 0 \\ 0 & 2\beta & +3\gamma & = & 0 \\ & & -4\gamma & & \end{array}\right|$$

1 · 2)+

Pivot

$$\left|\begin{array}{ccccc} \alpha & +2\beta & -\gamma & = & 0 \\ 0 & -\beta & +2\gamma & = & 0 \\ 0 & 0 & 7\gamma & = & 0 \\ & & 0 & = & 0 \end{array}\right|$$

linear abhängig => keine Basis

$\alpha = \beta = \gamma = 0$ Triviallösung

Die Vektoren sind demzufolge linear unabhängig und bilden somit eine Basis

Die Dimension ist 3.

Die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ linear unabhängig sind, bilden sie eine Basis mit der Dimension 2.