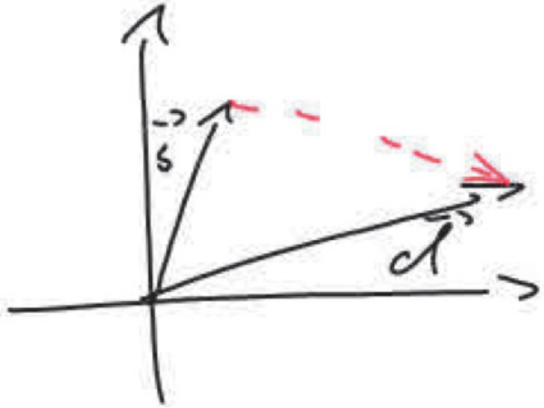
$\vec{s} = \begin{pmatrix}-2\\1\\-3\end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix}$

$$\overline{\vec{s}\vec{d}} = \begin{pmatrix}2\\-1\\5\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-2\\1\\-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4\\-2\\8\end{pmatrix}$$



→ Länge $= \sqrt{4^2+(-2)^2+8^2} = \sqrt{84} \approx 9,\ldots$

$\alpha = ?$: $|\vec{s}| = \sqrt{(-2)^2+1^2+(-3)^2} = \sqrt{14}$

$|\vec{d}| = \sqrt{2^2+(-1)^2+5^2} = \sqrt{30}$

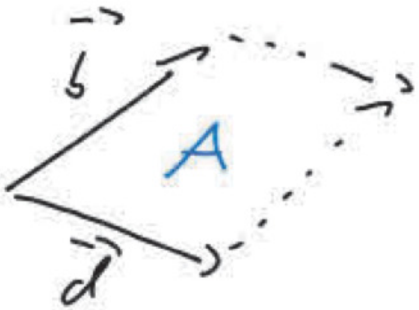
$\varphi(\vec{s};\vec{d}) = -4-1-15 = -20$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{-20}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{30}}\right) = \arccos\left(\frac{-20}{\sqrt{420}}\right)$$

$$\vec{s} \times \vec{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -3 \\ -2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \\ 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{matrix} 1 \cdot 5 & - & (-1)\cdot(-3) \\ -3 \cdot 2 & - & 5\,(-2) \\ -2 \cdot (-1) & - & 2 \cdot 1 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -6 & +10 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$



$$A = \left| \begin{matrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{matrix} \right| = \sqrt{2^2 + 4^2 + 0^2}$$

$$= \sqrt{20}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ -12 \end{pmatrix} \qquad \alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{b} + \gamma \cdot \vec{c} = \vec{0}$$

$$\alpha \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$\left| \begin{array}{rrrcl} \alpha & + 2\beta & - 4\gamma & = & 0 \\ -2\alpha & - 3\beta & + 5\gamma & = & 0 \\ 0 & + 4\beta & - 12\gamma & = & 0 \end{array} \right| \longrightarrow \boxed{\beta = 3\gamma}$$

$$\begin{array}{l} \alpha + 2 \cdot (3\gamma) - 4\gamma \\ -2\alpha - 3 \cdot (3\gamma) + 5\gamma \end{array} = \left| \begin{array}{l} \alpha + 2\gamma = 0 \\ -2\alpha - 4\gamma = 0 \end{array} \right| \quad 1 \cdot 2)$$

$$\Rightarrow \quad 0 = 0$$

$$\left|\begin{array}{rrrcl} \alpha & +2\beta & -4\gamma & = & 0 \\ -2\alpha & -3\beta & +5\gamma & = & 0 \\ 0 & +4\beta & -12\gamma & = & 0 \end{array}\right| \quad \begin{array}{l} \cdot 2 \\ + \\ \end{array} \qquad \text{Pivot}$$

$$\left|\begin{array}{rrrcl} \alpha & +2\beta & -4\gamma & = & 0 \\ 0 & \beta & -3\gamma & = & 0 \\ 0 & 4\beta & -12\gamma & = & 0 \end{array}\right| \quad \begin{array}{l} \\ \cdot(-4) \\ + \end{array} \qquad \text{Pivot}$$

$$\left|\begin{array}{rrrcl} \alpha & +2\beta & -4\gamma & = & 0 \\ 0 & \beta & -3\gamma & = & 0 \\ 0 & 0 & 0 & = & 0 \end{array}\right|$$

Eine mögliche Lösung: Vorbelegung $\beta = 6$

$\gamma = 2$

$\alpha = -4$

$\Rightarrow$ linear abhängig, daher keine Basis

Welche Dimension spannen diese Vektoren auf?

-> da alle 3 Vektoren linear abhängig sind, müssen 2 Vektoren erneut geprüft werden.

$$r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \left.\begin{array}{l} r = \frac{1}{2} \\ r = \frac{2}{3} \end{array}\right\} \neq \quad r\ \lightning$$

=> lineare Unabhängigkeit, daher bilden diese Vektoren eine Basis mit der Dimension 2 im $\mathbb{R}^3$.

4) a) $\vec{a} = (-1; 4; 3)^T$

$\vec{b} = (2; -1; 2)^T$

$\vec{c} = (5; -6; 1)^T$

$\left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}\right\}$ Prüfung auf lineare Abhängigkeit

$$g_{AB}: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \beta \cdot \begin{pmatrix} 2 + 1 \\ -1 - 4 \\ 2 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + p \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

<u>Punktprobe:</u>

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + p \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix} \Bigg| - \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$p \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -10 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} p = 2 \\ p = 2 \\ p = 2 \end{matrix}$$

$\Rightarrow$ alle 3 Vektoren liegen auf einer Geraden