

$(\mathbb{N}_0, +)$

1. $u_1 + u_2 \rightarrow \mathbb{N} \stackrel{\Delta}{=} \text{in der Welt bleiben}$
Sinnige Operation

2. $u_1 + 0 = u_1 \Rightarrow \text{prüfen ob } 0 \in \text{Welt}$
 $(0 \in \mathbb{N}_0)$
neutrales Element $\underline{1}$

3. $u_1 + (-u_1) = 0 \Rightarrow \text{prüfen ob } -u_1 \in \text{Welt}$
 $(-u_1 \in \mathbb{N})$
inverses Element \bar{u}_1

4. Kommutativgesetz: $u_1 + u_2 = u_2 + u_1$

5. Assoziativgesetz: $(u_1 + u_2) + u_3 = u_1 + (u_2 + u_3)$

$$(10^x; \cdot) \quad ; \quad x \in \mathbb{Q}$$

Sind: $10^{x_1} \cdot 10^{x_2} = 10^{x_3} \Rightarrow x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Q}$

$$10^{x_1 + x_2} = 10^{x_3}$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= x_3 \\ \mathbb{Q} + \mathbb{Q} &\rightarrow \mathbb{Q} \end{aligned}$$



assoziativ: $(10^{x_1} \cdot 10^{x_2}) \cdot 10^{x_3} = 10^{x_1} \cdot (10^{x_2} \cdot 10^{x_3})$

$$10^{(x_1 + x_2) + x_3} = 10^{x_1 + (x_2 + x_3)}$$

\Rightarrow Standard-Addition



neutral:

$$10^x \cdot 10^1 = 10^x$$

$$10^{x+1} = 10^x$$

$$x+1 = x \quad 1 = 0 \in \mathbb{Q}$$

$$1 = 10^0 \in M$$

invers:

$$10^x \cdot 10^{\bar{x}} = 10^0$$

$$10^{x+\bar{x}} = 10^0$$

$$x+\bar{x} = 0 \quad \bar{x} = -x \in \mathbb{Q}$$

$$\bar{a} = 10^{-x} \in M$$

Kommutativ:

$$10^x \cdot 10^y = 10^{x+y} = 10^{y+x} = 10^y \cdot 10^x$$

\Rightarrow abelsche Gruppe