

Klausur zum Sommersemester 2013

Name: _____ Matrikel-Nr: _____

E-Mail: _____ (optionale Schnell-Korrektur)

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte	15	20	20	15	15	15

Als Hilfsmittel sind die von dem Lehrbeauftragten zur Verfügung gestellten Unterlagen (Skripte und Musteraufgaben inkl. Lösungen) sowie handschriftliche Notizen und ein einfacher, nicht programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Andere elektronischen Hilfsmittel und Bücher in jeglicher Form sind nicht gestattet.

Runden Sie Ihre Ergebnisse auf 2 Stellen nach dem Komma.

1. Geben Sie für die genannten Merkmale die mögliche Gesamtmasse und Einheit sowie deren Identifikationskriterien und die zugrundeliegende Skala an. Handelt es sich um Bestands- oder Bewegungsmasse? (Begründung!)

- a) Anzahl der Geschwister je Student zum 01.01.2013 in Hessen.
- b) Platzierungen der Skispringer bei dem Weltcup 2013 in Willingen.
- c) Täglicher Verbrauch an Heizöl (in Liter) eines PLZ-Gebiets.

2. Der Student Max Muster versucht täglich eine Stunde zu laufen. Die im Monat zurückgelegten Gesamtstrecken hat er in der folgenden Tabelle notiert.

Monat	Jan	Feb	Mrz	Apr	Mai	Juni	Juli	Aug	Sept	Okt	Nov	Dez
2012	25	30	25	30	36	25	25	32	30	32	30	25

- a) Berechnen Sie die relativen und absoluten Häufigkeiten.
- b) Bestimmen Sie den monatlichen Streckendurchschnitt, Modus und den Median.
- c) Wie groß ist die Standardabweichung?
- d) Berechnen Sie die monatlichen Wachstumsfaktoren und für diese einen geeigneten Mittelwert und begründen Sie Ihre Wahl.

3. Zehn stark übergewichtige Personen unterzogen sich einer neu entwickelten Diät. Die Untersuchungsmerkmale waren die täglich aufgenommenen Energiemengen X (in kcal) und die Gewichtsabnahme (in kg) durch die Diät Y . Es ergab sich:

Person	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	200	300	500	700	800	900	1.000	1.100	1.200	1.500
Y_i	32	27	22	13	14	13	10	9	7	3

- a) Berechnen Sie die Regressionsgerade „Gewichtsabnahme in Abhängigkeit von der zugeführten Energiemengen“.
 - b) Bestimmen Sie die Kovarianz (Pearson) und den Bestimmtheitskoeffizienten.
4. Ein Kapital von 42.125,28 € wurden am 09.08.2000 zu einem Zinssatz von 4% auf einem Sparbuch angelegt.
- a) Welches Endkapital ist heute (17.07.2013) mittels Variante „gestern“ unter Verwendung der deutschen Methode vorhanden?
 - b) Welcher Betrag müsste am 01.11.2013 eingezahlt werden, um am 01.01.2020 über ein Kapital von 143.690,83 € verfügen zu können?
 - c) Wie lange muss eine nachschüssige Rentenzahlung von 11.035,28 € bei einem Zinssatz von 9% erfolgen, um auf den gleichen Endbetrag zu kommen?
5. Ein Traktor hat einen Neupreis von 250.000 €, der in 12 Jahren degressiv auf einen Restwert von 12.500 € abgeschrieben werden soll.
- a) Berechnen Sie den zugrunde liegenden Abschreibungsprozentsatz.
 - b) Erstellen Sie den Abschreibungsplan für die ersten 5 Jahre.
 - c) Nach welcher Zeit beträgt der Restwert 5.913,41€?
6. Ein Kredit von 50.000 € soll nach 5 Jahren mittels halbjährlicher Annuitätentilgung mit 10% Zinsen zurückgezahlt werden.
- a) Wie groß ist die jährliche Annuität?
 - b) Berechnen Sie die unterjährigen, vorschüssigen Zahlungen.
 - c) Erstellen Sie den Tilgungsplan für die ersten 3 Jahre.



**Mit einem Tripel gebe ich mich nicht zufrieden,
ich erwarte mehr von Ihnen!!!!**



Lückentext (Finanzmathematik & Statistik) zum Sommersemester 2013

Name: _____

Matrikel-Nr.: _____

Mit diesem Lückentext können Sie bis zu maximal 10 mögliche Zusatzpunkte erlangen.
Für jedes richtig eingetragene Wort ergibt sich somit ein Bonuspunkt.

Werte, die eine natürliche Rangfolge besitzen, existieren in der **Ordinalskala**.

Wird die Anzahl einer selektierten Eigenschaft zu der Gesamtzahl ins Verhältnis gestellt, so spricht man von der **relativen** Häufigkeit.

In einer geordneten Untersuchungsfolge ist der Wert, der direkt in der Mitte steht, der sogenannte **Median**. Wird diese Reihe in 4 gleiche Abschnitte zerlegt, so bildet man die **Quartile**.

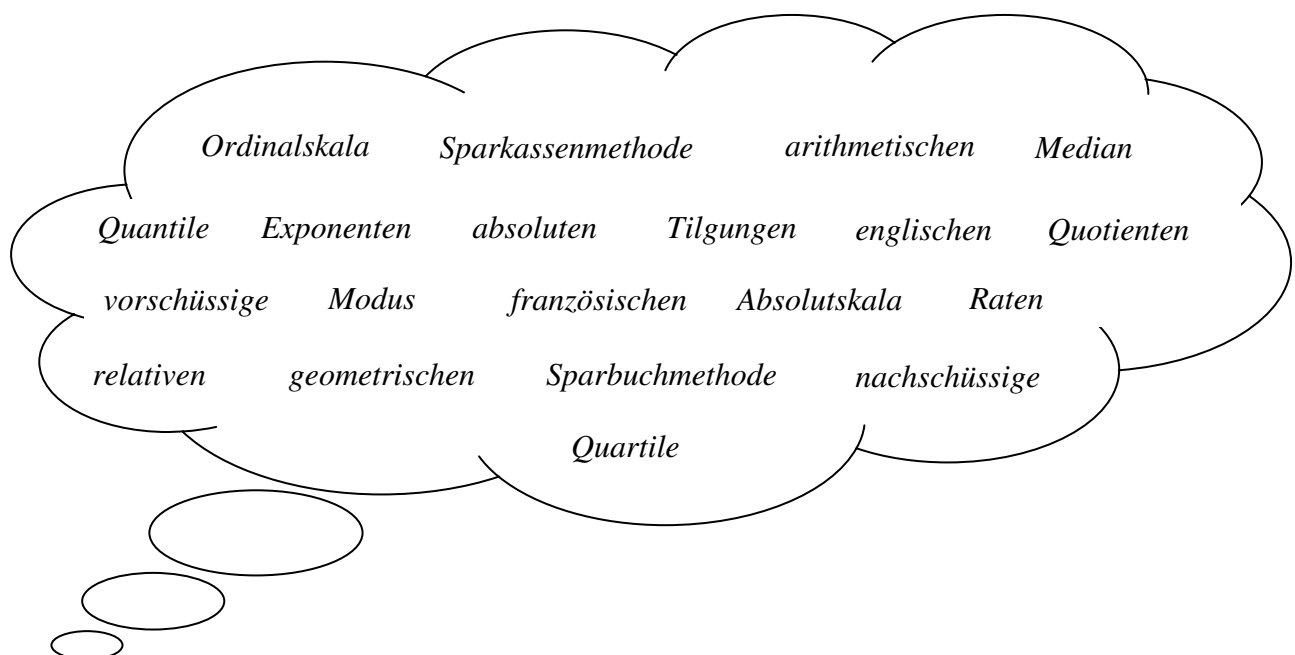
Werden in einer Untersuchung die Wachstumsfaktoren genutzt, so bestimmt man zur Klassifikation der Werte den **geometrischen** Mittelwert.

Bei einer unterjährigen Start- und Endverzinsung benutzt man die **Sparbuchmethode**, wobei die vollständigen Zinsjahre über den **Exponenten** des Wachstumsfaktors verrechnet werden.

Bei der Laufzeit, spielen nur in der **englischen** Methode die Schaltjahre eine Rolle.

Bei den Renten bezeichnen wir die, wo der Wachstumsfaktor zusätzlich zur Rate hinzugefügt wird als **vorschüssige** Rentenberechnung bezeichnet.

Um Schulden reduzieren zu können, werden die Zinsen und die **Tilgungen** zu den Annuitäten zusammen gefasst.



3) Arbeitstabelle:

x	200	300	500	700	800	900	1.000	1.100	1.200	1.500	8.200
y	32	27	22	13	14	13	10	9	7	3	150
x²	40.000	90.000	250.000	490.000	640.000	810.000	1.000.000	1.210.000	1.440.000	2.250.000	8.220.000
y²	1.024	729	484	169	196	169	100	81	49	9	3.010
x*y	6.400	8.100	11.000	9.100	11.200	11.700	10.000	9.900	8.400	4.500	90.300
x-μ(x)	-620	-520	-320	-120	-20	80	180	280	380	680	
y-μ(y)	17	12	7	-2	-1	-2	-5	-6	-8	-12	
Produkt	-10.540	-6.240	-2.240	240	20	-160	-900	-1.680	-3.040	-8.160	-32.700

$$a) \quad a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}, \quad b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

$$a = \frac{10 \cdot 90.300 - 8.200 \cdot 150}{10 \cdot 8.220.000 - 8.200^2} = -0,02; \quad b = \frac{8.220.000 \cdot 150 - 8.200 \cdot 90.300}{10 \cdot 8.220.000 - 8.200^2} = 32,92$$

Regressionsgerade: $y = -0,02 \cdot x + 32,92$

$$b) \quad COV(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x) \cdot (y_i - \mu_y) = \frac{1}{10} \cdot (-32.700) = -3.270$$

$$r_{xy} = \frac{COV(X, Y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{-3.270}{\sqrt{\left(\frac{1}{10} \cdot 8.220.000 - 820^2\right)} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{10} \cdot 3.010 - 15^2\right)}} = -0,97$$

Korrelationskoeffizient: $r = -0,97$ Bestimmtheitsmaß: $B = \sqrt{0,97} = 0,98$

4) a) Sparbuchmethode: $K_{x,t_0} = K_0 \cdot \left(1 + i \cdot \frac{t_1}{365}\right) \cdot (1 + i)^n \cdot \left(1 + i \cdot \frac{t_2}{365}\right)$

Gegeben: $K_0 = 42.125,28$ $i = 4\% = 0,04$
 $t_1 = 142 \text{ Tage}$ $n = 12 \text{ Jahre}$ $t_2 = 196 \text{ Tage}$

Endkapital: $K_n = 42.125,28 \cdot \left(1 + 0,04 \cdot \frac{142}{360}\right) \cdot (1 + 0,04)^{12} \cdot \left(1 + 0,04 \cdot \frac{196}{360}\right)$
 $K_{12} = 42.125,28 \cdot 1,662 = 70.000$

b) Einzahlung: $K_1 = 70.000 \cdot \left(1 + 0,04 \cdot \frac{104}{360}\right) = 70.808,89$
 $K_2 = (70.808,89 + x) \cdot \left(1 + 0,04 \cdot \frac{2}{12}\right) \cdot 1,04^6 = 143.690,83$
 $x = \frac{143.690,83}{1,274} - 70.808,89 = 42.000$

c) Rentenrechnung: $R_n = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}; \quad p = 9\% = 0,09 \quad r = 11.035,28$

$$n = \frac{\log\left[\frac{R_n}{r} \cdot (q-1) + 1\right]}{\log(q)} = \frac{\log\left[\frac{143.690,83}{11.035,28} \cdot 0,09 + 1\right]}{\log(1,09)} = \frac{\log(2,17)}{\log(1,09)} \cong 9 \text{ Jahre}$$

5) a) Abschreibungssatz: $p = \left[1 - \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} \right] \cdot 100 = \left[1 - \sqrt[12]{\frac{12.500}{250.000}} \right] \cdot 100 = 22,09\%$

b) Abschreibungsplan:

Jahr	Kapital	Abschreibung	Prozent	Prozent(relativ)
0	250.000,00			
1	194.775,00	55.225,00	22,09%	22,1%
2	151.749,20	43.025,80	22,09%	17,2%
3	118.227,80	33.521,40	22,09%	13,4%
4	92.111,28	26.116,52	22,09%	10,4%
5	71.763,90	20.347,38	22,09%	8,1%

c) Restwert: $K_n = K_0 \cdot (1 - p)^n$

$$n = \frac{\log\left[\frac{K_n}{K_0}\right]}{\log(1-p)} = \frac{\log\left[\frac{5.913,41}{250.000,20}\right]}{\log(0,7791)} \cong 15 \text{ Jahre}$$

6) a) Jahres-Annuität: $A = S \cdot \frac{q^{n+1} - q^n}{q^n - 1} = 50.000 \cdot \frac{1,10^6 - 1,10^5}{1,10^5 - 1} = 13.189,87$

b) Annuität: $a = \frac{A}{m + \frac{i(m+1)}{2}} = \frac{13.189,87}{2 + \frac{0,1 \cdot 3}{2}} = 6.134,82$

c) konformer Jahreszins: $Z_k = i \cdot RS_k - a \cdot \frac{i(m+1)}{2} = 0,10 \cdot RS_k - 6.134,82 \cdot \frac{0,1 \cdot 3}{2}$

$$Z_k = 0,1 \cdot RS_k - 920,22$$

Tilgungsplan (3 Jahre):

k	m	RS	Z	T	A
1	1	50.000,00		6.134,82	6.134,82
	2	43.865,18	4.079,78	2.055,04	6.134,82
2	1	41.810,14		6.134,82	6.134,82
	2	35.675,32	3.260,79	2.874,03	6.134,82
3	1	32.801,29		6.134,82	6.134,82
	2	26.666,47	2.359,91	3.774,91	6.134,82