

Klausur (Finanzmathematik & Statistik) zum Sommersemester 2012

Name: _____

Matrikel-Nr: _____

E-Mail: _____ (optionale Schnell-Korrektur)

Aufgabe	1	2	3	4	5	6
Punkte	15	20	20	15	15	15

Als Hilfsmittel sind die von dem Lehrbeauftragten zur Verfügung gestellten Unterlagen (Skripte und Musteraufgaben inkl. Lösungen) sowie handschriftliche Notizen und ein einfacher, nicht programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Andere elektronischen Hilfsmittel und Bücher in jeglicher Form sind nicht gestattet.

Runden Sie Ihre Ergebnisse auf 2 Stellen nach dem Komma.

1. Geben Sie für die genannten Merkmale die mögliche Gesamtmasse und Einheit sowie deren Identifikationskriterien an.

Um welche Art der möglichen Skalen handelt es sich?

Handelt es sich um Bestands- oder Bewegungsmasse? (Begründung!)

- a) Nationalität der Studenten der HS Fulda im Sommersemester 2012.
- b) Anzahl der Auslandspraktika an den Hochschulen Deutschlands in 2012.
- c) Führerscheinklassen der Abiturienten(innen) in Hessen im Jahr 2012.

2. Die Preisentwicklung für Oliven wird in der folgenden Tabelle dargestellt:

Monat	Jan	Feb	Mrz	Apr	Mai	Juni	Juli	Aug	Sept	Okt	Nov	Dez
2011	110	120	110	80	110	120	150	120	100	80	110	100

- a) Berechnen Sie die relativen und absoluten Häufigkeiten.
- b) Bestimmen Sie den arithmetische Mittel, den Modus und alle Quartile.
- c) Wie groß ist die Varianz im Jahr für die Olivenpreise?
- d) Berechnen Sie die monatlichen Wachstumsfaktoren und für diese einen geeigneten Mittelwert und begründen Sie Ihre Wahl.

3. Zwischen Körpergröße und Gewicht scheint ein Zusammenhang zu bestehen. In der folgenden Liste sind die Daten von 10 Personen aufgeführt:

Filiale	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Größe	182	191	175	182	179	180	184	173	183	171
Gewicht	75	89	71	68	75	73	76	71	68	84

- a) Berechnen Sie die Regressionsgerade, wobei die Größe das Gewicht bestimmt.
 - b) Geben Sie COV(X,Y)-Kovarianz und den Korrelationskoeffizienten (Pearson) an.
4. Ein Kapital von 10.000 € wurde am 31.10.2006 (Variante „morgen“) auf ein Konto eingezahlt und mit einem Zinssatz von 5% (Deutsche Methode) verzinst.
- a) An welchem Datum (Jahr 2012) beträgt der Kontostand 12.944,24 €?
 - b) Im Jahr 2013 werden am 30.06.2013 der Betrag von 5666,60 € eingezahlt. Wie hoch ist der Kontostand am 01.01.2014?
 - c) Wie lange muss eine nachschüssige Rentenzahlung (Zinssatz 8%) von 2.206,43 € erfolgen, um auf den gleichen Endbetrag von 12.944,24 € zu kommen?
5. Nach einer Laufzeit von 15 Jahren bei geometrisch degressiver Abschreibung wird eine Maschine (Neupreis 125.000 €) auf einen Restwert von 4.000 € abgeschrieben.
- a) Bestimmen Sie den Abschreibungsprozentsatz.
 - b) Erstellen Sie den Abschreibungsplan für die ersten 5 Jahre.
 - c) Nach 10 Jahren wird für die folgenden 6 Jahre linear bis auf einen Restwert von 606,12 € abgeschrieben. Bestimmen Sie die zugehörige Abschreibungsrate.
6. Ein Kredit wird nach 3 Jahren und vierteljährlicher (vorschüssig) Zahlung getilgt (Zinssatz= 11%). Die jährliche Ersatzannuität beträgt 10.230,33 €.
- a) Wie groß ist die vierteljährliche Zahlung?
 - b) Bestimmen Sie die Gesamtgröße des Kredits (in Euro).
 - c) Erstellen Sie den Tilgungsplan für die ersten 2 Jahre.



**en nur Mathe können
kein spanisch-
sterschaft zu gewinnen!!**



Lückentext (Finanzmathematik & Statistik) zum Sommersemester 2012

Name: _____

Matrikel-Nr.: _____

*Mit diesem Lückentext können Sie bis zu maximal 10 mögliche Zusatzpunkte erlangen.
Für jedes richtig eingetragene Wort ergibt sich somit ein Bonuspunkt.*

Wird eine Untersuchung grafisch als _____ dargestellt, entsprechen die zugehörigen Flächeninhalte immer exakt den relativen Häufigkeiten.

In einer geordneten Untersuchungsfolge ist der Wert, der am häufigsten vorkommt, der sogenannte _____. Wird diese Reihe in 10 gleiche Abschnitte zerlegt, so bildet man die _____.

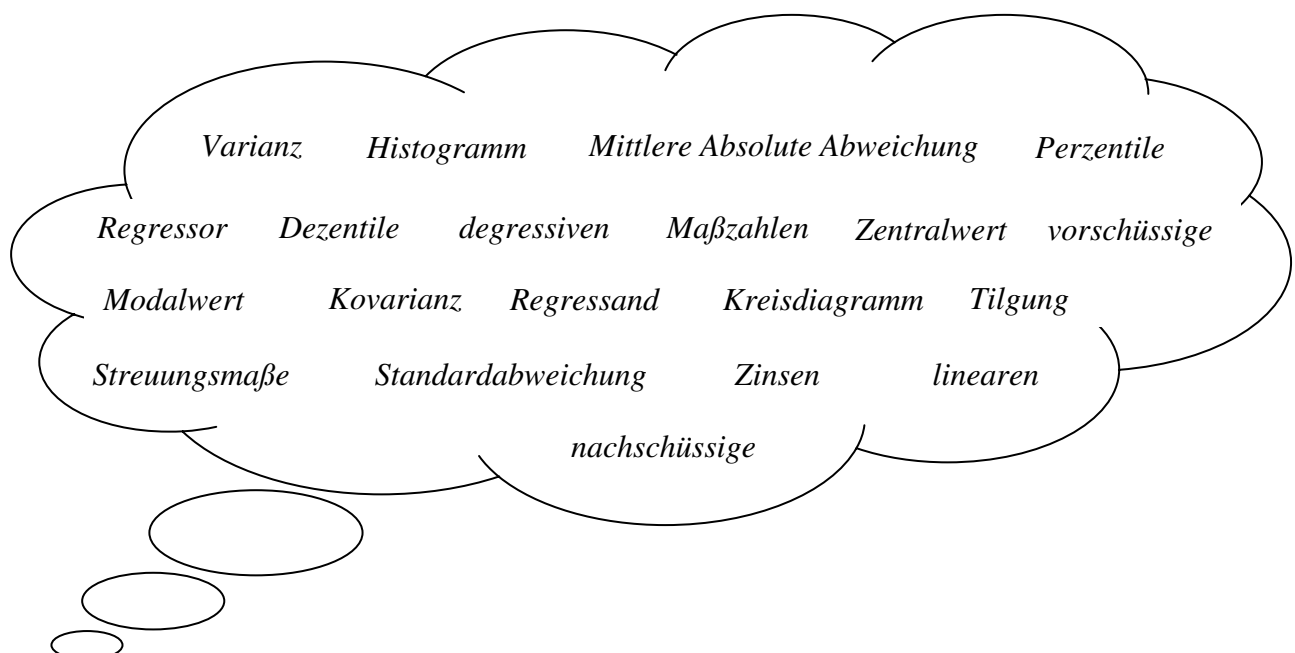
Der Variationskoeffizient ist der Quotient aus _____ und Mittelwert und ermöglicht es die _____ verschiedener Untersuchungen miteinander vergleichen zu können.

Mit der Regressionsanalyse wird untersucht inwieweit verschiedene Merkmale voneinander abhängig sind. Ein Indikator für solch einen Zusammenhang ist die _____, wobei die abhängige Variable als _____ bezeichnet wird.

Im Bereich der Abschreibungen bleiben die zugehörigen, jährlichen Abschreibungsbeträge lediglich bei der _____ Abschreibung konstant.

Handelt es sich um eine _____ Rente, so beginnt die Verzinsung immer direkt am ersten eines Jahres.

Für die Rückführung eines Darlehens zahlt man Annuitäten, wobei der Anteil, durch den die Schuld reduziert wird als _____ bezeichnet wird.



Lückentext (Finanzmathematik & Statistik) zum Sommersemester 2012

Name: _____

Matrikel-Nr.: _____

Mit diesem Lückentext können Sie bis zu maximal 10 mögliche Zusatzpunkte erlangen.
Für jedes richtig eingetragene Wort ergibt sich somit ein Bonuspunkt.

Wird eine Untersuchung grafisch als **Histogramm** dargestellt, entsprechen die zugehörigen Flächeninhalte immer exakt den relativen Häufigkeiten.

In einer geordneten Untersuchungsfolge ist der Wert, der am häufigsten vorkommt, der sogenannte **Modalwert**. Wird diese Reihe in 10 gleiche Abschnitte zerlegt, so bildet man die **Dezentile**.

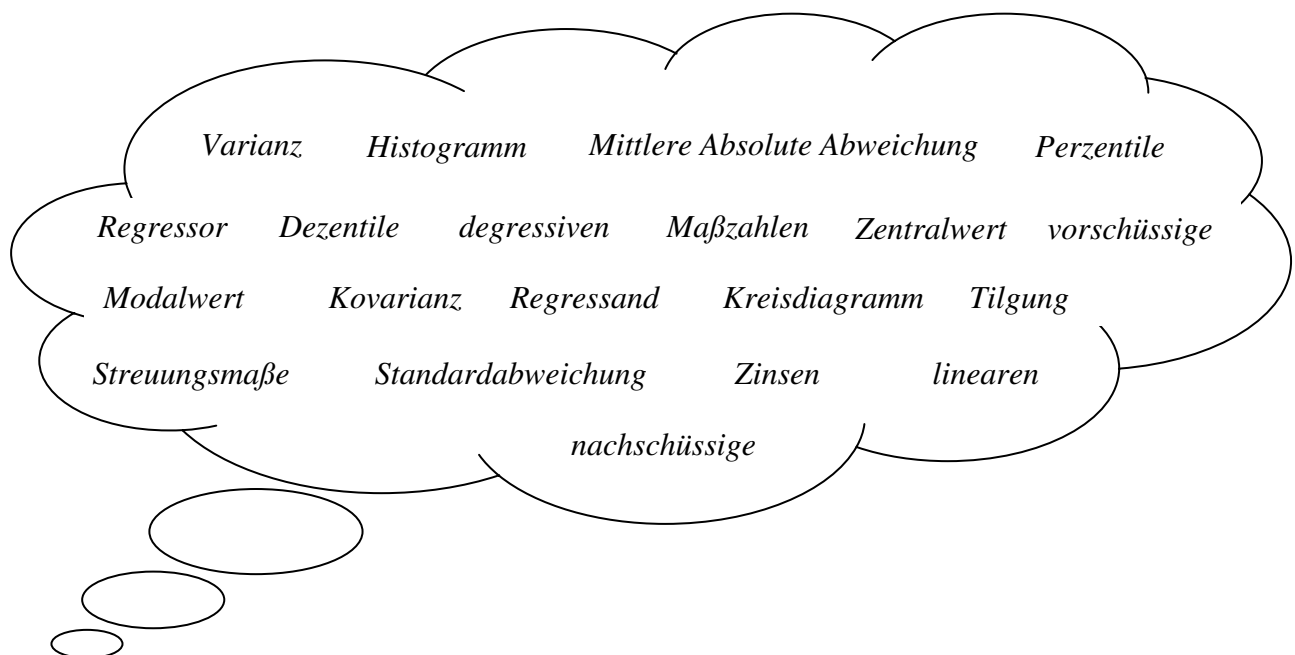
Der Variationskoeffizient ist der Quotient aus **Standardabweichung** und Mittelwert und ermöglicht es die **Streuungsmaße** verschiedener Untersuchungen miteinander vergleichen zu können.

Mit der Regressionsanalyse wird untersucht inwieweit verschiedene Merkmale voneinander abhängig sind. Ein Indikator für solch einen Zusammenhang ist die **Kovarianz**, wobei die abhängige Variable als **Regressand** bezeichnet wird.

Im Bereich der Abschreibungen bleiben die zugehörigen, jährlichen Abschreibungsbeträge lediglich bei der **linearen** Abschreibung konstant.

Handelt es sich um eine **vorschüssige** Rente, so beginnt die Verzinsung immer direkt am ersten eines Jahres.

Für die Rückführung eines Darlehens zahlt man Annuitäten, wobei der Anteil, durch den die Schuld reduziert wird als **Tilgung** bezeichnet wird.



Musterlösung Klausur Finanzmathematik und Statistik 2012

- 1) a) Masse: Nationalität aller Studenten IK-räumlich: HS-Fulda
 Einheit: Nationalität eines Studenten IK-sachlich: Nationalität
 Skala: Nominalskala (eindeutig) IK-zeitlich: SS 2012
 Bewegungsmasse, da die Untersuchung der Deutschen Studierenden verändert wird.
- b) Masse: Auslandspraktika IK-räumlich: Deutschland
 Einheit: Anzahl der Auslandspraktika IK-sachlich: Anzahl der Praktika
 Skala: Absolutskala (identisch) IK-zeitlich: 2012
 Bestandsmasse, da vorhandene Anzahl für 2012 nicht verändert werden kann.
- c) Masse: Führerscheinklassen IK-räumlich: Hessen
 Einheit: Führerscheinklasse (Abiturienten) IK-sachlich: Führerscheinklassen
 Skala: Ordinalskalakala (streng monoton) IK-zeitlich: 2012
 Bewegungsmasse, da sie die Gesamtzahl der Führerscheinklassen beeinflussen.

2) a)

Preis	80	100	110	120	150
h(x)	2	2	4	3	1
f(x)	0,17	0,17	0,33	0,25	0,08

b) Liste sortiert: 80, 80, 100, 100, 110, 110, 110, 110, 120, 120, 120, 150

Modus: $\bar{X}_D = x_2 = 110$, da $h(x_3) = 5$ (max)

Mittelwert: $\mu = \frac{1}{12} \cdot (2 \cdot 80 + 2 \cdot 100 + 4 \cdot 110 + 3 \cdot 120 + 1 \cdot 150) = \frac{1310}{12} = 109,17$

Quartile: $x_3 = 100$; $x_6 = 110$; $x_9 = 120$

c) Varianz: $\sigma^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum x_i^2 - \mu^2 = \frac{1}{12} \cdot 146.900 - 109,17^2 = 323,58$

d) Wachstumsfaktoren:

Monat	Jan	Feb	Mrz	Apr	Mai	Juni	Juli	Aug	Sept	Okt	Nov	Dez
2011	110	120	110	80	110	120	150	120	100	80	110	100
Wachstumsfaktor	1,00	1,09	0,92	0,73	1,38	1,09	1,25	0,80	0,83	0,80	1,38	0,91

Geometrisches Mittel:

$$\bar{X}_G = \sqrt[12]{1,00 \cdot 1,09 \cdot 0,92 \cdot 0,73 \cdot 1,38 \cdot 1,09 \cdot 1,25 \cdot 0,80 \cdot 0,83 \cdot 0,80 \cdot 1,38 \cdot 0,91}$$

$$\bar{X}_G = \sqrt[12]{0,92} = 0,99$$

3) Arbeitstabelle:

x	182	191	175	182	179	180	184	173	183	171	1800
y	75	89	71	68	75	73	76	71	68	84	750
x²	33.124	36.481	30.625	33.124	32.041	32.400	33.856	29.929	33.489	29.241	324.310
y²	5.625	7.921	5.041	4.624	5.625	5.329	5.776	5.041	4.624	7.056	56.662
x*y	13.650	16.999	12.425	12.376	13.425	13.140	13.984	12.283	12.444	14.364	135.090
x-μ(x)	2	11	-5	2	-1	0	4	-7	3	-9	
y-μ(y)	0	14	-4	-7	0	-2	1	-4	-7	9	
Produkt	0	154	20	-14	0	0	4	28	-21	-81	90

$$a) \quad a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}; \quad b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}$$

$$a = \frac{10 \cdot 135.090 - 1.800 \cdot 750}{10 \cdot 324.310 - 1.800^2} = 0,29; \quad b = \frac{324.310 \cdot 750 - 1.800 \cdot 135.090}{10 \cdot 324.310 - 1.800^2} = 22,74$$

Regressionsgerade: $y = 0,29 \cdot x + 22,74$

$$b) \quad COV(X, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x) \cdot (y_i - \mu_y) = \frac{1}{10} \cdot 90 = 9$$

$$r_{xy} = \frac{COV(X, Y)}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{9}{\sqrt{\frac{1}{10} \cdot 324.310 - 180^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{10} \cdot 56.662 - 75^2}} = \frac{9}{5,57 \cdot 6,42} = 0,25$$

4) a) Sparbuchmethode: $K_{x,t_0} = K_0 \cdot \left(1 + i \cdot \frac{t_1}{360}\right) \cdot (1 + i)^n \cdot \left(1 + i \cdot \frac{t_2}{360}\right)$

Gegeben: $K_0 = 10.000$ $i = 5\% = 0,05$ $K_n = 12.944,24$
 $t_1 = 60 \text{ Tage}$ $n = 5 \text{ Jahre}$

Enddatum: $12.944,24 = 10.000 \cdot \left(1 + 0,05 \cdot \frac{60}{360}\right) \cdot (1 + 0,05)^5 \cdot \left(1 + 0,05 \cdot \frac{t_2}{360}\right)$
 $t_2 = 42 \text{ Tage} \rightarrow 12.02.2012$

b) Endkapital: $K_{2012} = 12.944,24 \cdot \left(1 + 0,05 \cdot \frac{318}{360}\right) = 13.515,94$

$$K_{2013} = 13.515,94 \cdot 1,05 + 5.666,60 \cdot \left(1 + 0,05 \cdot \frac{1}{2}\right) = 20.000$$

c) Rentenrechnung: $R_n = r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}; \quad p = 8\% = 0,08 \quad r = 2.206,43$

$$n = \frac{\log\left[\frac{R_n}{r} \cdot (q - 1) + 1\right]}{\log(q)} = \frac{\log\left[\frac{12.944,24}{2.206,43} \cdot 0,08 + 1\right]}{\log(1,08)} = \frac{\log(1,47)}{\log(1,08)} \cong 5 \text{ Jahre}$$

5) a) Abschreibungssatz: $p = \left[1 - \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}}\right] \cdot 100 = \left[1 - \sqrt[15]{\frac{4.000}{125.000}}\right] \cdot 100 = 20,5\%$

b) Abschreibungsplan:

Jahr	Kapital	Abschreibung	Prozent	Prozent(relativ)
0	125.000,00	25.625,00	20,50%	20,5%
1	99.375,00	20.371,88	20,50%	16,3%
2	79.003,13	16.195,64	20,50%	13,0%
3	62.807,48	12.875,53	20,50%	10,3%
4	49.931,95	10.236,05	20,50%	8,2%
5	39.695,90	8.137,66	20,50%	6,5%

c) Restwert: $K_n = K_0 \cdot (1 - p)^n = 125.000 \cdot (1 - 0,205)^{10} = 12.606,12$

$$A_m = \frac{K_0 - K_n}{n} = \frac{12.606,12 - 606,12}{6} = 2.000$$

6) a) Annuität (Viertel): $a = \frac{A}{m + \frac{i \cdot (m+1)}{2}} = \frac{10.230,33}{4 + \frac{0,11 \cdot 5}{2}} = 2.393,06$

b) Gesamtkredit: $A = S \cdot \frac{q^n \cdot (q-1)}{q^n - 1} \Leftrightarrow S = 10.230,33 \cdot \frac{1,11^3 - 1}{1,11^3(1,11 - 1)} \approx 25.000 \text{ €}$

c) konformer Jahreszins: $Z_k = i \cdot RS_k - a \cdot \frac{i \cdot (m+1)}{2} = 0,11 \cdot RS_k - 2.393,06 \cdot \frac{0,11 \cdot 5}{2}$

$$Z_k = 0,11 \cdot RS_k - 658,09$$

Tilgungsplan (2 Jahre):

k	m	RS	Z	T	A
1	1	25.000,00		2.393,06	2.393,06
	2	22.606,94		2.393,06	2.393,06
	3	20.213,88		2.393,06	2.393,06
	4	17.820,82	2.091,91	301,15	2.393,06
2	1	17.519,67		2.393,06	2.393,06
	2	15.126,62		2.393,06	2.393,06
	3	12.733,57		2.393,06	2.393,06
	4	10.340,52	1.269,07	1.123,98	2.393,06