VORKURS

10.02.2015

Wiederholung

Diese Fragen sollten Sie ohne Skript beantworten können:

- ✓ Welche Objekte können in einer Menge vorhanden sein?
- ✓ Was für Gesetze gelten bzgl. einer Menge?
- ✓ Wie können Sie Mengen darstellen?
- ✓ Was ist ein Tupel?
- ✓ Was stellt eine runde Klammer eines Intervalls dar?
- ✓ Wo ist der Unterschied zwischen Komma und Semikolon?
- ✓ Wie ist die Eigenschaftdefinition einer Menge aufgebaut?
- ✓ Wie beschreibt man die Teilbarkeit von Zahlen?

TEILMENGE / INKLUSION

Sofern die Ausgangsmenge ein Teil oder komplett innerhalb einer weiteren Menge vorhanden ist, so spricht man von einer Teilmengenbeziehung bzw. von einer Inklusion.

Methodik:

$$\{a\} \subset Alphabet$$

1) Streichen der Mengenklammer bei der Ausgangsmenge

$$\Downarrow$$

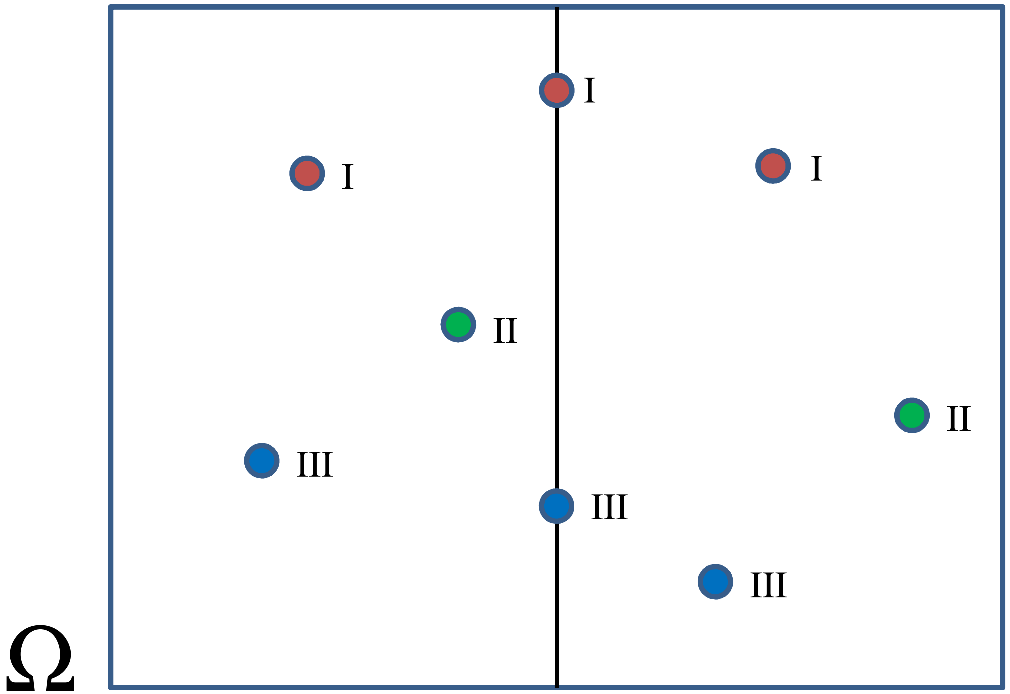
2) Jedes Objekt muss bzgl. Wert und Format in der 2. Menge auftauchen

$$a \in Alphabet$$

Eigenschaften:

- ✓Die leere Menge ist Teilmenge jeder Menge $\{\ \} \subset A$
- ✓**reflexiv:** Jede Menge ist Teilmenge von sich selbst $A \subset A$
- ✓**transitiv:** logische Schlussfolgerungen sind zugelassen $A \subset B \wedge B \subset C \Rightarrow A \subset C$
- ✓**antisymmentrie:** Beweisprinzip der Extensionalität $A \subset B \wedge B \subset A \Leftrightarrow A = B$

SYMMETRIE-EIGENSCHAFTEN



✓**Symmetrie (I):**
Zu jedem Punkt gehört ein Spiegelpunkt.

✓**Asymmetrie (I I):**
Zu keinem Punkt existiert ein Spiegelpunkt.

✓**Antisymmetrie (I I I):**
Zu keinem Punkt existiert ein Spiegelpunkt aber mindestens ein Punkt auf der Spiegelachse.

Sind mehrere Symmetrievarianten vorhanden, so kann keinerlei Aussage über das Symmetrieverhalten getroffen werden.

JUNKTOREN

Junktoren entsprechen Verbindungen / Operatoren die beliebige Objekte miteinander verknüpfen können (Artithmetik: „+“, „-“, „*“, „:“).

UND $(A \cap B)$:
Das Objekt der Lösung gehört gleichzeitig zu den Menge A und B. (*Durchschnitt*)
Beispiel: Primzahl $\cap$ gerade, natürliche Zahl $=\{2\}$

ODER $(A \cup B)$:
Das Objekt der Lösung gehört zur Menge A oder B oder zu A und B. (*Vereinigung*)
Beispiel: ungerade Zahl $\cup$ gerade, natürliche Zahl = $\mathbb{N}$

NICHT $(A \setminus B)$:
Das Objekt der Lösung gehört zur Menge A aber nicht zu B. (*Differenz*)
Beispiel: natürliche Zahl $\setminus$ gerade, natürliche Zahl = ungerade Zahl

AUFGABEN

1) Gegeben sind die folgenden Mengen: $A = \{2;4;6;8;10\}$ $B = \{1;2;3\}$ $C = \{2;3;5;7;\}$
Berechnen Sie: $A \cup (B \cup C)$ $B \cap C \setminus A$ $(A \cap B) \cap (C \cap A)$ $A \setminus (B \cup C)$

2) Über die Anzahl *n* der Elemente in der Untermenge A, B und C einer Menge mit 200 Elementen ist folgendes bekannt:
$n(A) = 70$ $n(B) = 120$ $n(C) = 90$ $n(A \cap B) = 50$ $n(A \cap C) = 30$ $n(B \cap C) = 40$
$n(A \cap B \cap C) = 20$
Wie groß ist die Anzahl der Elemente in den folgenden Mengen?
$n(A \cup B)$ $n(A \cup B \cup C)$ $n(\overline{A} \cap B \cap C)$ $n(\overline{A} \cap \overline{B} \cap C)$

3) Gegeben sind die Mengen der durch 5 teilbaren, ganzen Zahlen A und die Menge B mit {-10, -9, -8…8, 9, 10}. Bestimmen Sie die Lösungen folgender Aussagen als Aufzählung und unter Verwendung der Eigenschaften bzgl. der ganzen Zahlenmenge:
a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) A\B d) B\A

4) Gegeben sind die Menge $A = \{x \in \Re \mid 42 \leq x < 50\}$ und die Menge B der durch 7 teilbaren natürlichen Zahlen (kleiner 45). Bestimmen Sie die Lösungen (2 mal Aufzählung <u>und</u> 2 mal Eigenschaften):
a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) A\B d) B\A

ZAHLENMENGEN

$N \rightarrow$	Natürliche Zahlen	$\{1;2;3...\}$
$Z \rightarrow$	Ganze Zahlen	$\{...-2;-1;0;1;2...\}$
$Q \rightarrow$	Rationale Zahlen	$\frac{a}{b};a \in Z \wedge b \in Z \setminus \{0\}$ *Endliche Nachkommastellen, Periode*
$R \rightarrow$	Reelle Zahlen	$\{\pi; e; \sqrt{2};...\}$ *Unendliche Nachkommastellen*
$C \rightarrow$	Komplexe Zahlen	$z = a + b \cdot i \wedge i = \sqrt{-1}$

GESETZE / ZUSAMMENHÄNGE

Kommutativgesetz:	$A \cap B = B \cap A$	$A \cup B = B \cup A$
Assoziativgesetz:	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
Distributivgesetz:	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
De Morgan:	$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
Komplement:	$\overline{A} \cap A = \{\ \}$	$\overline{A} \cup A = \Omega$
Absorption:	$A \cap (A \cup B) = A$	$A \cup (A \cap B) = A$

<u>Zusammenhänge</u> zwischen $A; \{\ \}; \Omega$

$\cap$: $\quad A \cap A = A \qquad A \cap \Omega = A \qquad A \cap \{\ \} = \{\ \}$

$\cup$: $\quad A \cup A = A \qquad A \cup \Omega = \Omega \qquad A \cup \{\ \} = A$

Neutrales Objekt: $\quad A \cap \Omega = A \qquad A \cup \{\ \} = A$

Welche neuen Begriffe habe ich kennen gelernt?