Vorkursklausur 2015

Name: ____________________ Matrikel-Nr: ________________________________

EMail: ____ (optionale Schnell-Korrektur)

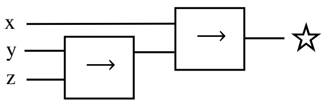
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Punkte	8	8	8	8	8	16	8	8	8	12	8

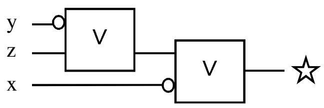
Als Hilfsmittel sind die von dem Lehrbeauftragten zur Verfügung gestellten sowie eigenen Unterlagen zugelassen (Skripte und Musteraufgaben sowie deren Lösungen).
Die Verwendung von Büchern und elektronischen Hilfsmitteln ist nicht erlaubt.

1. **Mengenlehre (8 Punkte):**
Gegeben sind die Menge A der natürlichen Zahlen (größer 7 und kleiner gleich 22), die durch 2 oder 3 oder auch durch 5 teilbar sind und die Menge B der nicht durch zwei teilbare Zahlen im Intervall von $]6; 24]$.
Bestimmen Sie die Lösungen (2 mal Aufzählung und 2 mal Eigenschaften):

a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) A\B d) B\A

2. **Aussagenlogik (8 Punkte):**
Geben Sie für die folgenden beiden Schaltungen die zugehörigen Aussageformeln an und zeigen Sie, dass beide Ausdrücke äquivalent zueinander sind (Begründung).

I. 

II. 

3. **Bruchrechnung (8 Punkte):**

a) $\left[2\frac{1}{3}-1{,}5\cdot\left(3-\frac{2}{x}\right)+\frac{7}{10}+\frac{3}{x}\cdot(0{,}5x-1)\right]:\frac{1}{3}$

b) $\dfrac{\dfrac{a^2+2ab+b^2}{4(a-2b)^2}}{\dfrac{a^2-b^2}{a^2-4ab+4b^2}}$

4. **Komplexe Zahlen (8 Punkte):**
Berechnen Sie die Lösungen der folgenden komplexen Gleichungen und geben Sie das Ergebnis in der kartesischen Form z=a+bi an. Bestimmen Sie bei Aufgabe b) zusätzlich noch den Betrag und das Argument.

a) $z=\frac{5i\cdot(3+9i)}{(3i+1)^2}-\frac{(4i-3)^2}{(1-3i)}$

b) $z^2-(6i-4)\cdot z=12i+9$

5. **Arithmetik (8 Punkte):**
Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke soweit als möglich:

a) $-\left[\left(2x-\frac{1}{2}z\right)^4-\left(\frac{1}{4}z^2+12x^2\right)^2\right]-16x^3\cdot(8x+z)$

b) $14\cdot\left[x-\left(2y-2\cdot\left(x-(2z+3y)\right)-4\cdot(2y+z)\right)\right]$

6. Exponential-/Logarithmusrechnung (16 Punkte):
Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke weitestgehend:

a) $\frac{2\cdot\left(27x^2y^3z^{-2}\right)^3}{(8x^2y^{-5}z^3)^{-2}} : \frac{3\cdot\left(0{,}25xy^{-5}z^{-3}\right)^{-3}}{(9^{-1}x^{-3}y^4z^2)^4}$

b) $\frac{\sqrt[4n]{a^{8n-3}}}{\sqrt[2n]{a^{5n-2}}} : \frac{\sqrt[n]{\left(\sqrt{a}\right)^{3n+2}}}{\sqrt[2n]{\sqrt{a^{3+7n}}}}$

c) $4^{ld3} + \log 0{,}001 + 2\cdot\sqrt[3]{e}^{ln8} + \frac{1}{4}\cdot ld\,\frac{1}{256} - \left(\frac{1}{100}\right)^{log0{,}25} - 3\cdot ln\sqrt[3]{\frac{1}{e^8}}$

d) $3\cdot logx - log2 + 3\cdot(log2 - logx^2) = 2\cdot log\frac{1}{4} + 4\cdot\left(logx + 0{,}5\cdot log\sqrt{2}\right) - 2\cdot logx^4$

7. Parabelfunktion (8 Punkte):
Berechnen Sie den Scheitelpunkt, die Schnittpunkte mit beiden Achsen und beschreiben den Verlauf der Parabeln.

a) $f(x) = -4x^2 + 8x + 32$ b) $g(x) = \frac{1}{3}x^2 + 5x + 18$

8. Ungleichungen (8 Punkte):
Berechnen Sie den Lösungsbereich der folgenden Ungleichungen.

a) $3\cdot|8-2x| \leq 36$ b) $\frac{(x-2)^2}{x-8} > 6 + x$

9. Gleichungen mit einer Unbekannten (8 Punkte):
Lösen Sie folgende Gleichungen und geben Sie – sofern erforderlich – den Definitionsbereich an.

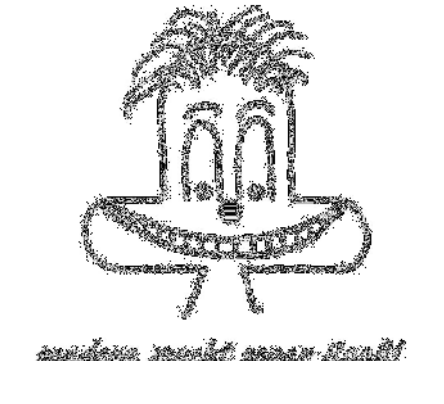
a) $x^5\cdot(x^5-33) = -32$ b) $2x\cdot(x-2)\cdot(x+2) + 8x^2 = 16 + 2x\cdot(x+2)$

10. Lineare Gleichungssysteme (12 Punkte):
Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme.

a) $\left|\begin{array}{l} 2x-3y=7 \\ 0{,}5x+5=-6y \end{array}\right|$ b) $\left|\begin{array}{c} -x+2y+3z=7 \\ x+3y-3z=-2 \\ 2x-y+2z=5 \end{array}\right|$ c) $\left|\begin{array}{c} 0{,}75x+y=1 \\ 2x-10=y \end{array}\right|$

beliebig Gauß-Verfahren grafisch

11. Trigonometrie (6 Punkte):
Gegeben sei die Funktion mit $f(x) = -2{,}5\cdot sin\left(\frac{2}{3}x - 5{,}5\pi\right) + 3{,}5$.
Bestimmen und beweisen Sie die Periode, Symmetrie und Amplituden(Wertebereich) von $f(x)$.



Musterlösungen Vorkurs-Klausur 2015

1. $A \cap B = \{9; 15; 21\}$
   $A \cup B = \{x \in \mathbb{N} | x \geq 7 \wedge x \leq 23\}$
   $A \backslash B = \{x \in [8; 22] | x mod 2 = 0\} = \{8; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22\}$
   $B \backslash A = \{x \in [7; 23] \backslash \{9; 15; 21\} | x mod 2 <> 0\} = \{7; 11; 13; 17; 19; 23\}$

2. $x \rightarrow (y \rightarrow z) \Leftrightarrow (\neg y \vee z) \vee \neg x$

3. a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{a+b}{4(a-b)}$

4. a) $z = 6i - 2$
   b) $z_1: 0; 0; 0$ $z_2: 3i; 3; 90°$ $z_3: 3i - 4; 5; arctan\left(-\frac{3}{4}\right) + 2\pi$

5. a) xz^3 b) $42x$

6. a) $\frac{2x}{z}$ b) $\frac{1}{\sqrt[4]{a}}$ c) 0 d) $\frac{1}{32}$

7. a) $(-2/0);\ (4/0);\ (0/32);\ (1/36)$
   b) $(-9/0);\ (-6/0);\ (0/18);\ (-7{,}5/-0{,}75)$

8. a) $x \geq -2 \wedge x \leq 10$
   b) $x > 8 \wedge x < 26$

9. a) $\{1; 2\}$ b) $\{-4; -1; 2\}$

10. a) $S(2/-1)$ b) $S(1/1/2)$ c) $S(4/-2)$

11. $f(x) = -2{,}5 \cdot cos\left(\frac{2}{3}x\right) + 3{,}5$ $y \in [1; 6]$ $P_{neu} = 3\pi$