Vorkursklausur 2014

Name:____________________________
Mat.-Nr.:__________________________
Email:____________________________

1. Mengenlehre (12 Punkte):
Gegeben sind die Menge $A = \{8; 10; 14; 16; 18; 20; 22; 24; 26; 28\}$ und die Menge B der natürlichen Zahlen (größer 11 und kleiner gleich 30), die durch 2 und gleichzeitig durch 3 teilbar sind.
Bestimmen Sie die Lösungen (2-mal Aufzählung und 2-mal Eigenschaften):

a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) A\B d) B\A

2. Aussagenlogik (8 Punkte):
Sind die Ausdrücke $A_1(a,b,c) = (a \wedge b) \vee (\neg(a \leftrightarrow b) \wedge c)$ und $A_2(a,b,c) = \big((c \wedge b) \vee (b \wedge a)\big) \vee (a \wedge c)$ identisch bzw. äquivalent zueinander?
Erstellen Sie hierzu eine Wahrheitstabelle und begründen Sie Ihre Antwort.

3. Bruchrechnung (8 Punkte):

a) $3 - \frac{1}{2} \cdot \left(2 + \frac{1}{a}\right) - \frac{3}{10} + \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{3}{2} - 1\right) + 1{,}3$ b) $\dfrac{\frac{x}{y} - 1 + \frac{y}{4x}}{\frac{1}{4xy} - \frac{1}{8x^2}}$

4. Komplexe Zahlen (8 Punkte):

Lösen Sie die Gleichung $8 \cdot z = (2+i)^4 - (3-4i) \cdot (3+4i)$ und geben die Lösung in der Form $z = a + bi$ an.
Bestimmen Sie ferner noch den Betrag und das Argument der komplexen Zahl.

5. Arithmetik (8 Punkte):
Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke soweit als möglich:

a) $\left(\frac{1}{ba}\right)^2 \cdot \left[(1+ab)^4 - (2ab+1)^2\right] - ab \cdot (ab+4)$

b) $3 \cdot (2\mathrm{a} - (3\mathrm{b} + 2 \cdot (\mathrm{a} - (\mathrm{c} + 4\mathrm{a}) + c) - 2 \cdot (3a - b)) + 5b)$

6. Exponential-/Logarithmusrechnung (8 Punkte):
Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke weitestgehend:

a) $\dfrac{\sqrt[3k]{x^{2k+3}}}{\sqrt[3]{\sqrt[k]{x^{4k-5}}}} : \left(\sqrt[6k]{\left(x^{1-k}\right)^4}\right)^4$ b) $0{,}001^{2 \cdot \log 0{,}5} - \left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^{-6 \cdot ld 3} + 8 \cdot \ln \sqrt[4]{e} - 0{,}25 \cdot ld \frac{1}{256} + \left(\sqrt{e}\right)^{3 \cdot \ln 9} + 4 \cdot \log \frac{1}{\sqrt{1000}}$

7. Parabelfunktion (8 Punkte):
Berechnen Sie den Scheitelpunkt, die Schnittpunkte mit beiden Achsen und beschreiben den Verlauf der Parabeln.

a) $f(x) = 3 \cdot x^2 - 30 \cdot x + 63$ b) $f(x) = -\frac{1}{4} \cdot x^2 + x + 8$

8. Ungleichungen (8 Punkte):
Berechnen Sie den Lösungsbereich der folgenden Ungleichungen.

a) $-3 \cdot (4 + 2x) \geq |12 - 4x| + 20$ b) $\dfrac{5 \cdot (x^2 - 16)}{2 - x} \geq 2 - 5x$

9. Gleichungen mit einer Unbekannten (8 Punkte):
Lösen Sie folgende Gleichungen und geben Sie – sofern erforderlich – den Definitionsbereich an.

a) $x^2 \cdot (x+1) - 2x = 15 \cdot (x-1)$ b) $x^6 - 1.000 \cdot x^3 = 64 \cdot (x^3 - 1.000)$

10. Lineare Gleichungssysteme (16 Punkte):
Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme.

a) $\left|\begin{array}{l} 0{,}5x + y = 3 \\ y + 3 = x \end{array}\right|$ graphisch

b) $\left|\begin{array}{c} 2x - y + 3z = 7 \\ -2x + 2y - 5z = -10 \\ 4x - 5y + 8z = 15 \end{array}\right|$ Gauß-Verfahren

c) $\left|\begin{array}{l} \frac{1}{3}x - 2y = 6 \\ 2x + 5y = 2 \end{array}\right|$ beliebig

11. Trigonometrie (8 Punkte):

Gegeben sei die Funktion mit $f(x) = -\frac{1}{2} \cdot \sin\left(\frac{1}{3}(x + 7{,}5\pi)\right) + 4$.

Bestimmen und beweisen Sie die Periode, Symmetrie und Amplituden(Wertebereich) von $f(x)$.