Wiederholung zum 19.12.2012

Eine Matrix ist eine Kombination aus einer bestimmten Anzahl von **Vektoren**, die in Zeilen und Spalten unterteilt sind, die das **Format** einer Matrix bestimmen, wobei jede die **Position** jeder Komponente durch die zugehörige Spalte und Zeile bestimmt wird.

Bei der **Arithmetik** der Matrizen unterscheiden wir:

- ✓ **Addition** und Subtraktion:
  Wenn das Format **übereinstimmt**, werden zwei Matrizen zusammengefasst, in dem Sie **komponentenweise** addieren bzw. subtrahieren.

- ✓ **Skalare** Multiplikation:
  Wenn Sie eine Matrix mit einem Skalar multiplizieren, dann müssen Sie jede **Komponente** mit dieser Zahl multiplizieren.

- ✓ **Matrizenmultiplikation**:
  Damit Sie zwei Matrizen miteinander multiplizieren können, müssen die **inneren** Formatierungen übereinstimmen, d.h. die Anzahl an **Spalten** der ersten Matrix muss gleich mit der Anzahl an **Zeilen** der zweiten Matrix sein.
  Die Berechnung erfolgt dann über das **innere** Produkt aus Zeilen- und Spaltenvektor.

Um eine Aussage über eine Matrix treffen zu können, berechnen Sie die **Determinate**.
Die Berechnung erfolgt bis zu einer **3x3-Matrix** mit dem Verfahren von **Sarrus**, wobei es sich um keine binäre Operation, da aus einer Matrix eine **reelle** Zahl erzeugt wird.

Bei dem Verfahren multiplizieren Sie alle möglichen **Diagonalen** in der rechten Richtung **positiv** und in der linken Richtung **negativ** und fassen die entstehenden Werte dann zusammen.
Durch die Determinaten können wir zum einen den **Rang** einer Matrix (Format der größt möglichen Unterdeterminate) berechnen oder die lineare **(Un)Abhängigkeit** untersuchen.

1) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & -2 & 2 \\ -3 & 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 52$; $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1+i & 0 \\ 1+i & 1 & 0 & 1-i \\ 0 & -1 & 2+i & -2 \\ -1 & -1+i & 2 & 1 \end{vmatrix}$

2) $\begin{vmatrix} 2 & -x & 3 \\ 1 & 2 & x \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$: für welche x ist die Matrix invertierbar?

$x \in \mathbb{R}$

3) $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 1 & 1 & -5 \\ 6 & 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ -10 \\ 12 \end{pmatrix}$ $\qquad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

2) $\begin{vmatrix} 2 & -x & 3 \\ 1 & 2 & x \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad \left.\begin{matrix} 8 - 3x^2 - 3 \\ \ominus \\ 18 - 2x - 2x \end{matrix}\right\} -3x^2 + 4x - 13 = 0$

$$x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{13}{3} = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{2}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9} - \frac{39}{9}} = \frac{2}{3} \pm \sqrt{\underbrace{-\frac{35}{9}}_{<0}} \Rightarrow L = \{\}$$

$$\Rightarrow x \in \mathbb{R}$$

2.1) $\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \left.\begin{matrix} 2x^2 + 12 + 9x \\ \ominus \\ 18 + 4x + 3x^2 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} -x^2 + 5x - 6 = 0 \\ x^2 - 5x + 6 = 0 \\ (x-3)(x-2) = 0 \end{matrix}$

$$x \in \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$$

3) $$\begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 1 & 1 & -5 \\ 6 & 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ -10 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = \left.\begin{matrix} 12 + 120 + 2 & = 134 \\ \ominus & \ominus \\ 6 - 16 - 30 & -40 \end{matrix}\right\} 174 \neq 0$$

regulär

$$\begin{pmatrix} A_{11} = 14 & A_{12} = -34 & A_{13} = -4 \\ A_{21} = 18 & A_{22} = 6 & A_{23} = -30 \\ A_{31} = 19 & A_{32} = 16 & A_{33} = 7 \end{pmatrix}^T$$

$$\vec{x} = \frac{1}{174} \cdot \begin{pmatrix} 14 & 18 & 19 \\ -34 & 6 & 16 \\ -4 & -30 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ -10 \\ 12 \end{pmatrix} = \underbrace{\frac{1}{174} \cdot \begin{pmatrix} 126 - 180 + 228 \\ -306 - 60 + 192 \\ -36 + 300 + 84 \end{pmatrix}}_{(1;-1;2)^T}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1+i & 0 \\ 1+i & 1 & 0 & 1+i \\ 0 & -1 & 2+i & -2 \\ -1 & -1+i & 2 & 1 \end{vmatrix} \qquad D = 2 \cdot A_{11} + (1+i) \cdot A_{13}$$

$$A_{11} = (-1)^2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1-i \\ -1 & 2+i & -2 \\ -1+i & 2 & 1 \end{vmatrix}$$