

Wiederholung zum 19.12.2012

Eine Matrix ist eine Kombination aus einer bestimmten Anzahl von **Vektoren**, die in Zeilen und Spalten unterteilt sind, die das **Format** einer Matrix bestimmen, wobei jede die **Position** jeder Komponente durch die zugehörige Spalte und Zeile bestimmt wird.

Bei der **Arithmetik** der Matrizen unterscheiden wir:

✓ **Addition** und Subtraktion:

Wenn das Format **übereinstimmt**, werden zwei Matrizen zusammengefasst, in dem Sie **komponentenweise** addieren bzw. subtrahieren.

✓ **Skalare** Multiplikation:

Wenn Sie eine Matrix mit einem Skalar multiplizieren, dann müssen Sie jede **Komponente** mit dieser Zahl multiplizieren.

✓ **Matrizenmultiplikation**:

Damit Sie zwei Matrizen miteinander multiplizieren können, müssen die **inneren** Formatierungen übereinstimmen, d.h. die Anzahl an **Spalten** der ersten Matrix muss gleich mit der Anzahl an **Zeilen** der zweiten Matrix sein.

Die Berechnung erfolgt dann über das **innere** Produkt aus Zeilen- und Spaltenvektor.

Um eine Aussage über eine Matrix treffen zu können, berechnen Sie die **Determinante**.

Die Berechnung erfolgt bis zu einer **3x3-Matrix** mit dem Verfahren von **Sarrus**, wobei es sich um keine binäre Operation, da aus einer Matrix eine **reelle** Zahl erzeugt wird.

Bei dem Verfahren multiplizieren Sie alle möglichen **Diagonalen** in der rechten Richtung **positiv** und in der linken Richtung **negativ** und fassen die entstehenden Werte dann zusammen.

Durch die Determinanten können wir zum einen den **Rang** einer Matrix (Format der größt möglichen Unterdeterminante) berechnen oder die lineare **(Un)Abhängigkeit** untersuchen.

$$1) \begin{vmatrix} 2 & -4 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & -2 & 3 \\ -3 & -5 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} 2x & 4 & x \\ -1 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} : \text{ kann existiert die Inverse? }$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 24 \\ -16 \\ 32 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & -2 & 3 \\ -3 & -5 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} \xrightarrow{+} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -4 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ -3 & -5 & -4 & 1 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} \xrightarrow{+}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ -3 & -5 & -4 & 1 \\ 6 & -2 & 0 & 7 \end{vmatrix}$$

$$D = -1 \cdot A_{13} + (-4) \cdot A_{33} \\ = -129 + 240 = \underline{\underline{111}}$$

$$A_{13} = (-1)^4 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -5 & 1 \\ 6 & -2 & 7 \end{vmatrix} = \left. \begin{array}{l} -35 + 12 + 18 = -5 \\ \ominus \\ -90 - 42 - 2 = -134 \end{array} \right\} 129$$

$$A_{33} = (-1)^6 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -4 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 6 & -2 & 7 \end{vmatrix} = \left. \begin{array}{l} 28 - 72 - 8 = -52 \\ \ominus \\ 48 - 28 - 12 = +8 \end{array} \right\} -60$$

$$2) \quad \begin{vmatrix} 2x & 4 & x \\ -1 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{cases} 2x + 36 + 2x = 4x + 36 \\ \ominus \\ 3x - 4 - 12x & -9x - 4 \end{cases} \begin{cases} 13x + 40 = 0 \\ x = -\frac{40}{13} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \in \mathbb{R} \setminus \{-40/13\}$$

$$3) \quad \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -4 + 3 + 18 = 17 \\ \ominus \\ -6 + 12 + 3 & 9 \end{cases} \begin{cases} 8 \\ \Rightarrow \text{regular} \end{cases}$$

$$A_{11} = (-1)^2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -7 \quad A_{12} = -3 \quad A_{13} = 8$$

$$A_{21} = 3$$

$$A_{22} = -1$$

$$A_{23} = 0$$

$$A_{31} = 9$$

$$A_{32} = +5$$

$$A_{33} = -8$$

$$\vec{x} = A^{-1} \cdot \vec{b} = \underline{\frac{1}{8}} \cdot \begin{pmatrix} -7 & 3 & 9 \\ -3 & -1 & 5 \\ 8 & 0 & -8 \end{pmatrix} \cdot \underline{8} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -21 & -6 & +36 \\ -9 & +2 & +20 \\ 24 & +0 & -32 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 13 \\ 8 \end{pmatrix}$$