

Wiederholung zum 28.11.2012

Wenn man mindestens einen Operator mit einer definierten Menge in Verbindung setzt, dann fällt es unter dem Bereich der **Algebraischen** Strukturen. Bei der kleinsten möglichen Struktur handelt es sich um eine **Gruppe**.

Diese existiert wenn die folgenden Eigenschaften erfüllt sind.

- **Binäre** Operation
- Assoziativgesetz
- **Neutrales** Element
- **Inverses** Element

Man spricht von einer binären Operation, wenn durch die Rechnung die vorhandene Welt **nicht verlassen** wird.

Nach der Gruppe gibt es als Strukturen den **Ring**, **Körper** und dann den Raum.

Handelt es sich um einen Raum, so nennen wir die darin enthaltenen Objekte **Vektoren** und die Parameter sind die sogenannten **Skalare**.

Wird ein Vektor mit einer Zahl multipliziert, so wird jede einzelne **Komponenten** mit dem Faktor mal genommen und es ist eine **skalare Multiplikation**.

Zwei Vektoren werden addiert, in dem man alle Komponenten einzeln addiert. Auch beim inneren Produkt (**Skalarprodukt**) wird komponentenweise multipliziert und die entstehenden Produkte anschließend **addiert**. Somit handelt es sich um keine **binäre Operation**, da nur eine Zahl (Skalar) als Lösung herauskommt.

$$S 67 \text{ Nr. 3} \quad \left| \begin{array}{ccc|c} x & + 2y & - 3z & = 0 \\ \alpha x & + y & - \beta z & = 0 \\ -x & & z & = 0 \end{array} \right| \begin{array}{l} |(-\alpha)| \\ | \\ | \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc|c} x & + 2y & - 3z & = 0 \\ \alpha x & + y & - \beta z & = 0 \\ -x & & z & = 0 \end{array}} \right\} +$$

$$\begin{array}{l} \star -\alpha \cdot 2y + y \\ \left| \begin{array}{ccc|c} x & + 2y & - 3z & = 0 \\ 0 & \star (1-2\alpha)y & + (3\alpha-\beta)z & = 0 \\ 0 & + 2y & - 2z & = 0 \end{array} \right| \end{array} \Rightarrow y = z$$

$$(1-2\alpha) \cdot y + (3\alpha-\beta) \cdot y = 0$$

$$(1-2\alpha+3\alpha-\beta) \cdot y = 0$$

$$\underbrace{(1+\alpha-\beta)}_{\neq 0} \cdot y = 0$$

$$1+\alpha-\beta = 0 \Leftrightarrow \beta = 1+\alpha$$

$\Rightarrow$ linear unabhängig f. $\beta \neq 1+\alpha$

$$567 \text{ Nr. 2} \quad \left| \begin{array}{cccc|c} -\alpha & +p & +2r & & =0 \\ \alpha & +2p & -3r & -9\delta & =0 \\ 2\alpha & & +r & +7\delta & =0 \\ 3\alpha & +5p & +r & +4\delta & =0 \end{array} \right| \begin{array}{l} 1.1) \\ \cdot 2) \\ 1.3) \end{array}$$

$$\left| \begin{array}{cccc|c} -\alpha & +p & +2r & & =0 \\ 0 & 3p & -r & -9\delta & =0 \\ 0 & 2p & +5r & +7\delta & =0 \\ 0 & 8p & +7r & +4\delta & =0 \end{array} \right| \begin{array}{l} 1.5) + \\ \cdot 7) \end{array}$$

$$\left| \begin{array}{cccc|c} -\underline{\alpha} & +p & +2r & & =0 \\ 0 & 3p & -\underline{r} & -9\delta & =0 \\ 0 & 17\underline{p} & 0 & -38\delta & =0 \\ 0 & 29p & 0 & -59\delta & =0 \end{array} \right| \begin{array}{l} 1.(-29) \\ 1.17 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1140 \\ -36 \\ \hline 1104 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1020 \\ -17 \\ \hline 1003 \end{array}$$

$$(-29 \cdot (-38) - 59 \cdot 17) \delta = 0$$

$$1104 - 1003 = 101$$

$$101 \delta = 0 \Rightarrow \delta = 0$$

$$110? \quad 99 \quad 1003$$

577 Nr. 1) $\begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix} = -2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow$ *lineare*
Abhängigkeit

$\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + p \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ -8 \\ 3 \end{pmatrix} = p \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} \left. \begin{array}{l} p=3 \\ p=-2 \\ p=3/2 \end{array} \right\} \neq$
 $\Rightarrow$ *parallel*

Nr. 2) $\begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ 5 \end{pmatrix} = \cdot (1.7) \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -8 \end{pmatrix} \Rightarrow$ *lineare*
Unabhängigkeit

$g_1 = g_2 \quad \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix} + p \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ -8 \end{pmatrix}$

$\begin{vmatrix} -2 & -2p & = & 1 \\ 2 & +5p & = & -3 \\ 5 & +8p & = & -8 \end{vmatrix} \begin{array}{l} (1.7) \\ 1.5 \\ 1.5 \end{array} \quad \begin{vmatrix} -2 & -2p & = & 1 \\ 0 & p & = & -1 \\ 0 & -2p & = & -3 \end{vmatrix} \begin{array}{l} p=-1 \\ p=-1 \\ p=3/2 \end{array}$