

AUFGABEN

1) Gegeben sind die folgenden Mengen: $A = \{2;4;6;8;10\}$ $B = \{1;2;3\}$ $C = \{2;3;5;7;\}$
Berechnen Sie: $A \cup (B \cup C)$ $B \cap C \setminus A$ $(A \cap B) \cap (C \cap A)$ $A \setminus (B \cup C)$

2) Über die Anzahl n der Elemente in der Untermenge A, B und C einer Menge mit 200 Elementen ist folgendes bekannt:

$$n(A) = 70 \quad n(B) = 120 \quad n(C) = 90 \quad n(A \cap B) = 50 \quad n(A \cap C) = 30 \quad n(B \cap C) = 40$$

$$n(A \cap B \cap C) = 20$$

Wie groß ist die Anzahl der Elemente in den folgenden Mengen?

$$n(A \cup B) \quad n(A \cup B \cup C) \quad n(\bar{A} \cap B \cap C) \quad n(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$$

Gegeben sind die Mengen der durch 5 teilbaren, ganzen Zahlen A und die Menge B mit $\{-10, -9, -8 \dots 8, 9, 10\}$.
Bestimmen Sie die Lösungen folgender Aussagen als Aufzählung und unter Verwendung der Eigenschaften bzgl. der ganzen Zahlenmenge:

a) $A \cap B$

b) $A \cup B$

c) $A \setminus B$

d) $B \setminus A$

Gegeben sind die Menge $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 42 \leq x < 50\}$ und die Menge B der durch 7 teilbaren natürlichen Zahlen (kleiner 45). Bestimmen Sie die Lösungen (2 mal Aufzählung und 2 mal Eigenschaften):

a) $A \cap B$

b) $A \cup B$

c) $A \setminus B$

d) $B \setminus A$

$$3) \quad A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \bmod 5 = 0\} ; B \in [-10; 10]_{\mathbb{Z}}$$

$$a) \quad A \cap B = \{+10; +5; 0\} \leftarrow$$

$$b) \quad A \cup B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \bmod 5 = 0 \vee -9 \leq x \leq 9\}$$

$$c) \quad A \setminus B = \{x \in \mathbb{Z} \setminus \{+10; +5; 0\} \mid x \bmod 5 = 0\}$$

$$d) \quad B \setminus A = \{+9; +8; +7; +6; +4; +3; +2; +1\}$$

$$4) \quad A \in [42; 50]_{\mathbb{R}} ; B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \bmod 7 = 0 \wedge x \leq 42\}$$

$$a) \quad A \cap B = \{42\} \leftarrow$$

$$b) \quad A \cup B = \{x \in \mathbb{R} \mid 42 \leq x < 50 \vee x \in \{7; 14; 21; 28; 35\}\}$$

$$c) \quad A \setminus B = \{x \in \mathbb{R} \mid 42 < x < 50\}$$

$$d) \quad B \setminus A = \{7; 14; 21; 28; 35\}$$

AUFGABEN

Beweisen Sie die folgenden Ausdrücke unter Benennung aller angewandten Gesetze

1) Das Absorptionsgesetz $A \cap (A \cup B) = A$

2) Das De Morgangesetz $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ mittels Komplement

3) Vereinfachen Sie die Robbinsgleichung: $\overline{\overline{A \cup B} \cup \overline{A \cup \bar{B}}}$

3) Potenzgleichung.

$$\overline{A \cup B \cup A \cup \bar{B}}$$
$$(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B})$$
$$A \cup (B \cap \bar{B})$$
$$A \cup \{\}$$
$$A$$

} de Morgan
} distributiv
} Komplement
} vereinfachen

1) Assoziation

$$A \cap (A \cup B) = A$$
$$(A \cup \{\}) \cap (A \cup B) = A$$
$$A \cup (\{\} \cap B)$$
$$A \cup \{\}$$
$$A$$

} vereinfachen
} distributiv
} Zusammenhänge
} vereinfachen

$$1) (2i + 1)^2 + \overbrace{(4i + 2)(2i - 1)}^{2 \cdot (2i + 1)} = 4i^2 + 4i + 1 + 2 \cdot (-4 - 1) \\ = -13 + 4i$$

$$2) \frac{3i - 2}{i + 1} - \frac{5 - 2i}{3i + 2} = \frac{(3i - 2)(3i + 2) - (5 - 2i)(i + 1)}{(i + 1)(3i + 2)} \\ = \frac{-13 - (3i + 7)}{-1 + 5i} = \frac{-20 - 3i}{-1 + 5i} \cdot \frac{-1 - 5i}{-1 - 5i} \\ = \frac{5 + 103i}{26} = \frac{5}{26} + \frac{103}{26}i$$