

MATHEMATIK

27.04.2018

Wiederholung

Diese Fragen sollten Sie ohne Skript beantworten können:

- ✓ Welche Zahlenmengen kennen Sie?
- ✓ Wie werden die komplexen Zahlen definiert?
- ✓ Wie kann man einfach mit komplexen Zahlen rechnen?
- ✓ Nennen Sie die 3 wichtigen Gesetze der Arithmetik.
- ✓ Wozu benötigt man das inverse / neutrale Element?
- ✓ Wie funktioniert die Modulo-Operation?
- ✓ Wie beschreibt man die Teilbarkeit von Zahlen?
- ✓ Wie können Zahlenmengen definiert werden?

AUFGABEN

Lösen Sie die folgenden Übungen, in dem Sie je einmal die Mengen via Aufzählung und einmal mittels Eigenschaften definieren.

- 1) Beschreiben Sie alle durch vier aber nicht durch 5 teilbaren natürlichen Zahlen.
- 2) Definieren Sie alle ganze Zahlen, die durch sieben oder durch 4 teilbar sind.
- 3) Geben Sie alle natürlichen Zahlen größer 100 an, die nicht durch 9 teilbar sind.
- 4) Nennen Sie alle Zahlen zwischen 5 und 80, die weder durch 5 noch durch 4 teilbar sind.
- 5) Welche ganzen Zahlen kleiner -42 sind durch 7 und 3 teilbar?

BINOMISCHE FORMELN I

1. Binom: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. Binom: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Methodik:

1. Quadrierung der linken Variablen
2. Das Doppelte von linker mal rechter Variablen
3. Quadrierung der rechter Variablen

Beispiel:

$$(2x - 3y)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot (-3y) + (-3y)^2$$

$$(2x - 3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

$$(-4x^3 + 2y^2)^2 = 16x^6 - 16x^3y^2 + 4y^4$$

BINOMISCHE FORMELN II

3. Binom: $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Beispiel:

$$(-3x + 2y) \cdot (-3x - 2y) = 9x^2 + 6xy - 6xy - 4y^2$$

oder einfacher

$$(-3x + 2y) \cdot (-3x - 2y) = 9x^2 - 4y^2$$

Anwendungsbeispiele:

- Entfernen einer Wurzel aus einer Summe
- Entfernen des Imaginäranteils einer komplexen Zahl (konjugiert komplexe Zahl)

PASCAL'SCHE DREIECK I

Exponent (n)	$(a+b)^n$														
0					1										
1				1		1									
2			1		2		1								
3			1		3		3		1						
4			1		4		6		4		1				
5			1		5		10		10		5		1		
6			1		6		15		20		15		6		1

Elemente in der 7. Zeile:

Ganz links: 1

Nebenan: 7, denn $1 + 6 = 7$

Nebenan: 21, denn $6 + 15 = 21$

Nebenan: 35, denn $15 + 20 = 35$

Somit ergibt sich für die 7. Zeile die folgende Struktur:

$$1 - 7 - 21 - 35 - 35 - 21 - 7 - 1$$

PASCAL'SCHE DREIECK II

Methode des Pascall'schen Dreiecks:

1. Koeffizienten:

Sie gehen an die richtige Zeile des Pascall'schen Dreiecks und schreiben die Koeffizienten mit einem »+« versehen ab.

2. Linke Variable:

Jetzt nehmen Sie den linken Teil der Summe und notieren diesen **in Klammern** hinter die Koeffizienten des ersten Schritts. Anschließend schreiben Sie von **links** anfangend den **höchsten** Exponenten **minus eins** bis zum Exponenten Null über die linke Variable.

3. Rechte Variable:

Nun benutzen Sie den rechten Teil der Summe. Diesen Ausdruck schreiben Sie ebenfalls **in Klammern** hinter den Term aus Schritt zwei. Weil es ja die rechte Variable ist, fangen Sie jetzt auf der **rechten Seite** mit dem **höchsten** Exponenten an und enden auf der linken Seite mit der Null.

Schon sind Sie fertig und können den entstandenen Ausdruck berechnen und zusammenfassen.

1) Berechnen Sie das Ergebnis mit Hilfe der Binomischen Formeln.

$$(2x - 4y)^2 \cdot (2y + x)^2$$
$$48 \cdot \left(0,5x^2 - \frac{1}{3}\right)^2 - 8 \left(\frac{1}{4}x - 2y\right) \cdot \left(\frac{1}{4}x + 2y\right)$$
$$12 \cdot \left(-\frac{2}{3} + 6x\right)^2 \cdot ((3 - 4x) - 2(5 - 2x))$$

2) Entfernen Sie den Wurzelterm aus dem Nenner.

$$\frac{x-2}{5-2 \cdot \sqrt{3x-5}} \frac{\sqrt{x}}{3 \cdot \sqrt{2x} + \sqrt{4-x}}$$

3) Bestimmen Sie die Lösung der Aufgaben mit Hilfe des Pascall'schenDreiecks

$$(2x - y)^5 \left(-\frac{1}{2}x - 4\right)^4$$

AUFGABEN

$$1) \quad \frac{\sqrt{x} - 3x}{2\sqrt{x} - 5} \quad \frac{\sqrt{y-3} + 2x}{\sqrt{y+2} - 3x} \quad \frac{3a + 4}{2\sqrt{a-2} + 3\sqrt{5-2a}}$$

$$2) \quad \frac{4i - 3}{2 + i} \quad \frac{5i + 3}{1 - 3i} \quad \frac{7i - 5}{4i - 3}$$

$$3) \quad z = 2 \cdot \frac{5i}{3i - 4} - \frac{6i - 4}{2 - i} + \frac{1}{5}i$$

$$4) \quad (2a - ab)^4 \quad \left(\frac{1}{2}x - 2y\right)^5 \quad \left(4\frac{ab}{c} + 0,5\frac{c}{b}\right)^4$$

1) Aritmetik:

Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke soweit als möglich:

a) $-a + (3 - (b + 5 - (c - 2 + (a + b)))) - (c - 4)$

b) $(2y + \frac{1}{2}x)(x - 4y) - 8(\frac{1}{4}x + y)^2$

2) $(2a^2 - 10ab + 10ac - 17bc + 12c^2 + 6b^2) : (a - 2b + 3c)$

$$(8x^2y^2 - 14xy^2z - 6xyz + 3y^2z - 2xy^2z + 4x^2y + 4x^2yz) : (2xy - 3y)$$

$$(a^2b + 2cd^2 - 3ab^2 - 5c^2d + 5abc + abe - 2abd - cde - acd + 3bcd) : (ab - cd)$$

3) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$

$$2x^3 - 22x = 8x^2 - 60$$

Welche neuen Begriffe habe ich kennen gelernt?