VORKURS

28.09.2021

Wiederholung

Diese Fragen sollten Sie ohne Skript beantworten können:

- ✓ Durch welchen Punkt verläuft jede Exponentialfunktion (Warum)?
- ✓ Worin besteht der Unterschied zwischen Ergebnis und Lösung?
- ✓ Welchen Einfluss hat die Basis auf eine Exponentialfunktion?
- ✓ Was bewirkt das Addieren einer Konstanten zu einer Funktion?
- ✓ Was bedeutet Operation <-> Gegenoperation?
- ✓ Wie machen Sie die Basis zum Logarithmus passend?
- ✓ Wie neutralisieren Sie einen Logarithmus?
- ✓ Welche Gesetze der Potenz- und Logarithmenrechnung nutzen Sie?

AUFGABEN ZU LOGARITHMUS

Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke soweit als möglich.

1) $6\ln\sqrt[3]{e^2}-\dfrac{8}{e^{2\ln 0,5}}-(\dfrac{1}{2}e^{\ln 3^2}-\ln\dfrac{1}{\sqrt{e}})+\dfrac{8}{\ln e^2}+e^{2\ln 3}$

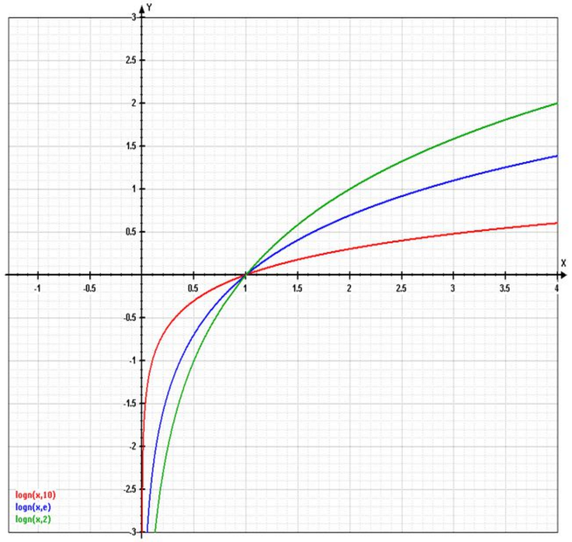
2) $3\ln e^5-2\cdot(e^{2\ln 2}+\ln\dfrac{1}{\sqrt[4]{e}})+\dfrac{10}{e^{\ln\sqrt{4}}}+0,5\cdot e^{\ln 3}$

3) $\dfrac{1}{6}\cdot ld\,2^3+3\cdot e^{2\cdot\ln 0,5}-\log\sqrt{10}+4\cdot(2^{4\cdot ld\frac{1}{2}}-8\cdot\ln\dfrac{1}{\sqrt{e}})-4\cdot 10^{\frac{1}{4}\cdot\log 256}$

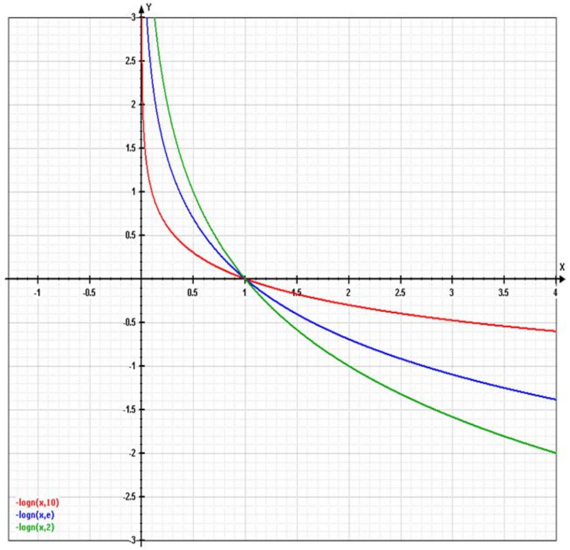
4) $\dfrac{2}{3}\cdot(\log 1000-\dfrac{1}{2})-\dfrac{2}{e^{\ln 0,5}}+2^{3+ld\,3}-(10^2)^{\log 3}+\ln\left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{e}}\right)^2-4\cdot ld\sqrt{2}$

FUNKTIONSGRAPHEN

Positiver Logarithmus:



Negativer Logarithmus:



- Ausschließlich positive Steigung
- Ausschließlich negative Steigung

- Gemeinsamer Punkt: (1/0)
- Je größer die Basis, desto flacher ab x=1
- Je größer die Basis, desto steiler vor x=1

DEFINITIONS-/ WERTEBEREICH

Definitionsbereich:
Wie man schon durch die Funktionsgraphen erkennen kann, darf man einen Logarithmus nur von positiven Zahlen ziehen.

$\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} | x > 0\} = \mathbb{R}^+$, da $10^x > 0 \Leftrightarrow \log(>0) = x$ gilt.

Beispiel:

$$\left.\begin{array}{l} \ln\left(x^2 - 5x + 6\right) = y \\ \left(x^2 - 5x + 6\right) = (x-3) \cdot (x-2) > 0 \end{array}\right\} \quad \mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} | x > 3 \vee x < 2\}$$

Wertebereich:
Aufgrund der Funktionsgraphen ist ersichtlich, dass ein Logarithmus alle reellen Werte annehmen kann.

$\mathbb{W} = y \in \mathbb{R}$, da $10^{(>0)} > 1 \wedge 10^{(\leq 0)} \leq 1$ gilt.

Beispiel:

$$\left.\begin{array}{l} 12 - 3 \cdot \ln(5x - 3) = y \\ 12 - 3 \cdot]-\infty; \infty[\Rightarrow \mathbb{R} \end{array}\right\} \quad \mathbb{W} = y \in \mathbb{R}$$

DIE LOGARITHMEN-GLEICHUNG

Sofern eine reine Logarithmengleichung existiert kann man diese mit der folgenden Methodik lösen, wobei primäres Ziel eine Isolierung des Logarithmus auf beiden Seiten der Gleichung ist:

<u>Methodik:</u>

1. Die Faktoren vor dem Logarithmus in den Exponenten verschieben.
2. Alle positiven Terme über den Bruchstrich, alle negativen darunter schreiben.
3. Streichen der Logarithmen auf beiden Seiten.
4. Lösen der Gleichung.

Beispiel: $2 \cdot \log x - 3 \cdot \log 2 - \frac{1}{2} \cdot \log x^4 = 2 \cdot \log 4 - \log(x-2)$

$$\log x^2 - \log 2^3 - \log\left(x^4\right)^{\frac{1}{2}} = \log 4^2 - \log(x-2)$$

$$\log \frac{x^2}{8 \cdot x^2} = \log \frac{16}{x-2}$$

$$\frac{x^2}{8 \cdot x^2} = \frac{16}{x-2} \Leftrightarrow x - 2 = 16 \cdot 8 = 128 \Leftrightarrow x = 130$$

AUFGABEN ZU LOGARITHMUS

I. Bestimmen Sie bei den folgenden Ausdrücken die Lösungsmenge.

1) $3\cdot\log x - 4\cdot\log\frac{2}{x} - \frac{1}{3}\cdot\log\left(x^2\right)^6 = \frac{2}{3}\cdot\log 27 + \frac{1}{2}\cdot\log x^4 - 2\cdot\log 6$

2) $3\cdot\ln 4 - 0{,}5\cdot\ln\frac{16}{x^4} + 2\cdot\ln 8 = 1{,}5\cdot\ln x^4 - 8\cdot\ln\sqrt[4]{\frac{1}{x}} - 2\cdot\ln\frac{1}{4}$

II. Berechnen Sie bei den folgenden Funktionen den Definitions- und Wertebereich.

3) $f(x) = \frac{2}{5}\cdot\ln\left(4x - 3 - x^2\right)$ 4) $g(x) = 42 + \log\left(2 - \sqrt{x-2}\right)$ 5) $h(x) = \frac{42}{ld\left(3\cdot x + 6\right)}$

III. Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke soweit als möglich.

1) $\log\frac{1}{1000} - 4\ln\sqrt{e} + 16^{ld\sqrt{3}} + 2e^{2\cdot\ln 3} - \left(10^{\log 12} + 2ld\,4\right)$

2) $6\cdot\log\sqrt[3]{10} + 4^{ld\,3} - 2\cdot\ln\frac{1}{e^2} - 0{,}2\cdot ld\left(32^5\right) + \left(\frac{1}{100}\right)^{\log\frac{1}{3}} - \left(\sqrt{e}\right)^{\ln\left(5^4\right)}$

Welche neuen Begriffe habe ich kennen gelernt?

Logarithmengleichung

Fakultät

Wertebereich

Funktionsgraphen

Definitionsbereich

Ableitungen

Achsenspiegelungen