VORKURS

20.09.2021

Wiederholung

Diese Fragen sollten Sie ohne Skript beantworten können:

- ✓ Was wird durch das +/- im Exponenten eines Grenzwerts beschrieben?
- ✓ Was versteht man unter einer Asymptote?
- ✓ Wann nutzt man das Pascal‘sche Dreieck?
- ✓ Warum nennt man es auch Koeffizientenstruktur?
- ✓ Wie funktioniert die Primfaktorzerlegung?
- ✓ Was ist das kgV und was das ggT?
- ✓ Wie definiert man die Teilbarkeit (ohne Modulo)?
- ✓ Was macht der Euklidische Algorithmus?

AUFGABEN

1) $2 \cdot (2x - 0{,}5y)^5$

2) $(3i - 2)^4 - 2 \cdot (i + 3)^2 \cdot (1 - 2i)^4$

3) $f(x) = \dfrac{3x + 1}{6 + 2x}$

4) $f(x) = \dfrac{2 - 4x}{2x - 8}$

5) Bestimmen Sie das kgV und ggT mittels der Primfaktorzerlegung und zusätzlich den ggT mittels Euklid.

a) $(360; 108)$

b) $(1260; 1350)$

6) Bestimmen Sie den Definitions- sowie den Wertebereich und skizzieren Sie den Funktionsgraphen.

a) $f(x) = 4 - \dfrac{3}{2 - x}$

b) $f(x) = \dfrac{2}{6 + 3x} + 3$

ASYMPTOTEN I

Eine Asymptote ist ein **Näherungsgraph**, an die sich die untersuchte Funktion unendlich nahe **anschmiegt**, d.h. der Abstand zwischen Funktion und Asymptote ist nahezu Null.
Sie werden dadurch berechnet, in dem man die zugehörigen Grenzwerte an den **Rändern des Definitionsbereich** bestimmt.

Es unterscheiden sich aufgrund der Möglichkeiten bei der Grenzwertbetrachtung folgende Arten:

- ✓ Waagerechte Asymptote:
  Im Unendlichen nähert sich die Funktion einem konstanten Wert an. $\lim_{x \to \infty} f(x) = k$

- ✓ Senkrechte Asymptote:
  Bei Annäherung an eine Konstante verläuft der Graph im Unendlichen. $\lim_{x \to k} f(x) = \infty$

- ✓ Diagonale Asymptote:
  Im Unendlich nähert sich die Funktion der Unendlichkeit an. $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$

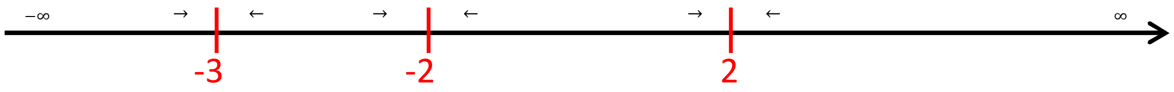
- ✓ Behebbare Lücke:
  Bei Annäherung an eine Konstante nähert sich der Graph einer Konstanten. $\lim_{x \to k} f(x) = k$

ASYMPTOTEN II

<u>Beispiel A</u>: $f(x) = \dfrac{2x^3 + 4x^2 - 10x - 12}{x^3 + 3x^2 - 4x - 12} \Rightarrow D = R \backslash \{-3; -2; 2\}$

$$f(x) = \frac{2 \cdot (x+1) \cdot (x-2) \cdot (x+3)}{(x+2) \cdot (x-2) \cdot (x+3)} \Rightarrow f_e(x) = \frac{2 \cdot (x+1)}{x+2}$$

Ersatzfunktion



$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^-} f(x) = f_e(2) = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \to -3^+} f(x) = \lim_{x \to -3^-} f(x) = f_e(-3) = 4$$

behebbare Lücke

$$\lim_{x \to -2^+} f(x) = \left[\frac{-2}{0^+}\right] = -\infty \qquad \lim_{x \to -2^-} f(x) = \left[\frac{-2}{0^-}\right] = \infty$$

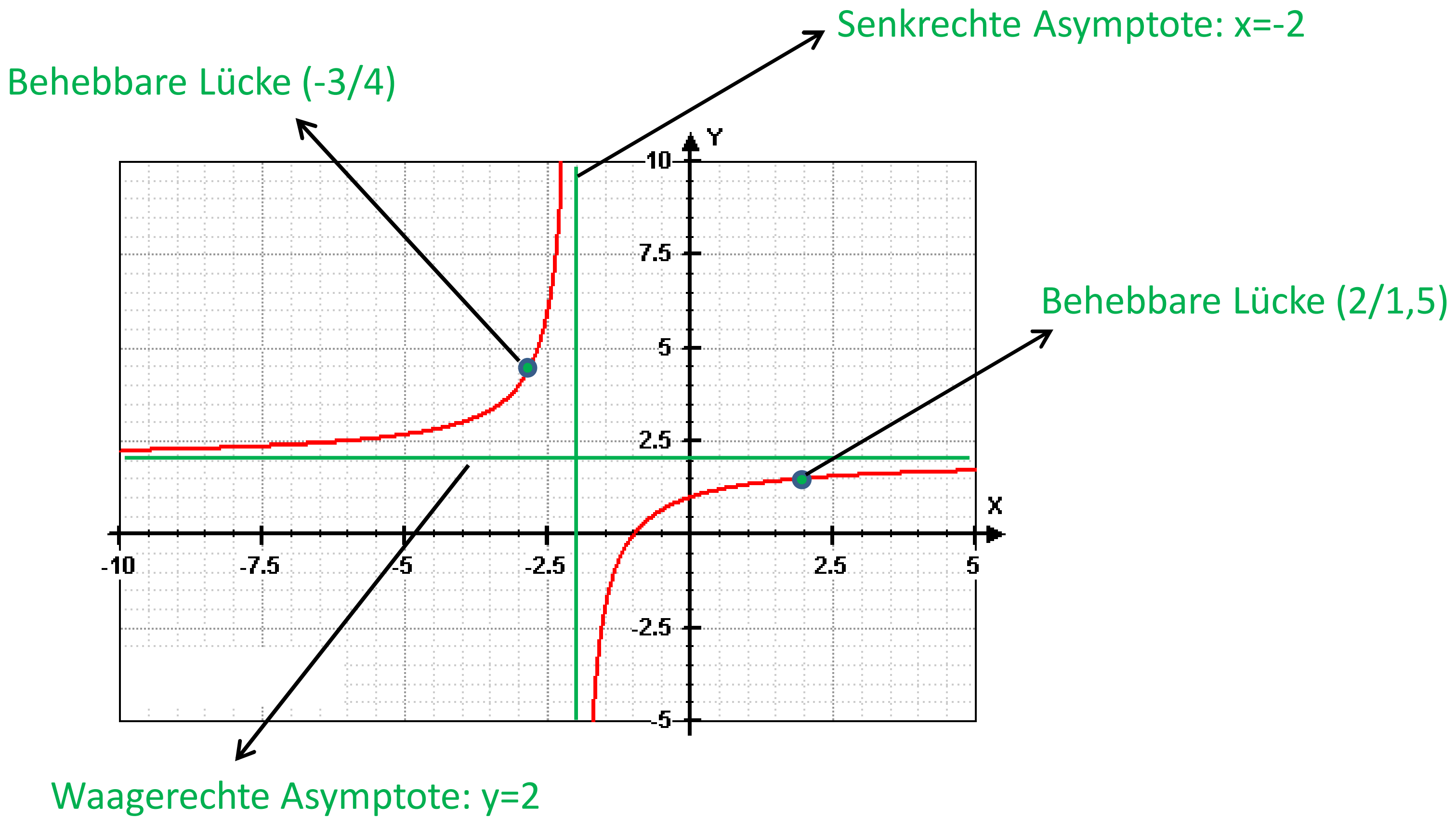
senkrechte Asymptote

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{x \cdot \left(2 + \frac{2}{x}\right)}{x \cdot \left(1 + \frac{2}{x}\right)} = 2^+ \qquad \lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{x \cdot \left(2 + \frac{2}{x}\right)}{x \cdot \left(1 + \frac{2}{x}\right)} = 2^-$$

waagerechte Asymptote

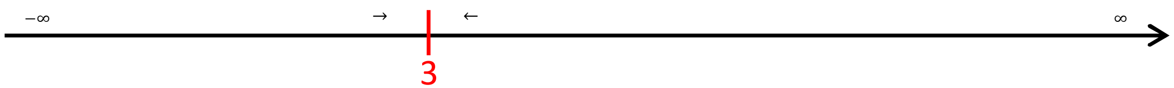
ASYMPTOTEN III

<u>Funktionsgraph zu Beispiel A</u>:



ASYMPTOTEN IV

Beispiel B: $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 8}{x - 3} \Rightarrow D = R\backslash\{3\}$



$$\lim_{x \to 3^+} f(x) = \left[\frac{-5}{0^+}\right] = -\infty \qquad \lim_{x \to 3^-} f(x) = \left[\frac{-5}{0^-}\right] = \infty \longrightarrow$$

Senkrechte Asymptote

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 \cdot \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{8}{x^2}\right)}{x \cdot \left(1 - \frac{3}{x}\right)} = [x] = \infty; \lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\Rightarrow (x^2 - 2x - 8) \div (x - 3) = \underbrace{x + 1}_{\text{diagonale Asymptote}} + \frac{-5}{x - 3}$$

$-(x^2 - 3x)$

$x - 8$

$-(x - 3)$

-5

$$\left.\begin{array}{l} f(0) = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \\ \\ f(x) = 0 \\ 0 \\ = (x - 4) \cdot (x + 2) \\ x_1 = 4 \vee x_2 = -2 \end{array}\right\}$$

Achsen-Schnittpunkte

ASYMPTOTEN V

Funktionsgraph zu Beispiel B: