S 73, Nr. 1

$$\overbrace{\neg(a \wedge b) \vee (b \to c)}^{I} \leftrightarrow \overbrace{\neg(b \to c) \wedge c}^{II} \qquad E[A] = \{(w\, w\, F)\}$$

a	w	w	w	w	F	F	F	F
b	w	w	F	F	w	w	F	F
c	w	F	w	F	w	F	w	F
$a \wedge b$	w	w	F	F	F	F	F	F
$\neg(a \wedge b)$	F	F	w	w	w	w	w	w
$b \to c$	w	F	w	w	w	F	w	w
$\neg(a \wedge b) \vee (b \to c)$	w	F	w	w	w	w	w	w
$\neg(b \to c)$	F	w	F	F	F	w	F	F
$\neg(b \to c) \wedge c$	F	F	F	F	F	F	F	F
$I \leftrightarrow II$	F	w	F	F	F	F	F	F

2) $\overbrace{\neg(a \leftrightarrow b \vee c)}^{I} \leftrightarrow \overbrace{c \wedge \neg a \rightarrow b}^{II}$

a	W	W	W	W	F	F	F	F
b	W	W	F	F	W	W	F	F
c	W	F	W	F	W	F	W	F
$b \vee c$	W	W	W	F	W	W	W	F
$a \leftrightarrow b \vee c$	W	W	W	F	F	F	F	W
$\neg()$	F	F	F	W	W	W	W	F
$\neg a$	F	F	F	F	W	W	W	W
$c \wedge \neg a$	F	F	F	F	W	F	W	F
$c \wedge \neg a \rightarrow b$	W	W	W	W	W	W	F	W
$\underline{I} \leftrightarrow \underline{II}$	F	F	F	W	W	W	F	F

$E[A] = \{(WFF); (FWW), (FWF)\}$

3) $\overbrace{x \to \neg y \land z}^{I} \leftrightarrow \overbrace{z \lor \neg x \to y}^{II}$

x	W	W	W	W	F	F	F	F
y	W	W	F	F	W	W	F	F
z	W	F	W	F	W	F	W	F
$\neg y$	F	F	W	W	F	F	W	W
$\neg y \land z$	F	F	W	F	F	F	W	F
$x \to \neg y \land z$	F	F	W	F	W	W	W	W
$\neg x$	F	F	F	F	W	W	W	W
$z \lor \neg x$	W	F	W	F	W	W	W	W
$z \lor \neg x \to y$	W	W	F	W	W	W	F	F
$I \leftrightarrow II$	F	F	F	F	W	W	F	F

$E[A] = \{(FWW); (FWF)\}$

$$A(x;y;z) = \neg(x \to y) \vee z \to \neg y \leftrightarrow z \vee \neg x$$

$\neg x$

$z \vee \neg x$

$x \to y$

$\neg(x \to y)$

$\neg(x \to y) \vee z$

$\to$ $\neg y$

$\leftrightarrow$

$\neg(b \to c) \wedge c$	
$\neg(\neg b \vee c) \wedge c$	Äquiv. Substitution
$(\neg\neg b \wedge \neg c) \wedge c$	de Morgan
$(b \wedge \neg c) \wedge c$	doppelte Negation
$b \wedge (\neg c \wedge c)$	assoz.
$b \wedge F$	Komplement
F	Übergesetzt

$E[A] = Bool^2 \Rightarrow$ Tautologie

✓

$$\underbrace{a \leftrightarrow b}_{I} \overset{?}{\Leftrightarrow} \underbrace{[(a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)]}_{II}$$

$\leftrightarrow$

a	w	w	F	F
b	w	F	w	F
I: $a \leftrightarrow b$	w	F	F	w
$a \wedge b$	w	F	F	F
$\neg a \wedge \neg b$	F	F	F	w
II: $() \vee ()$	w	F	F	w
$I \leftrightarrow II$	w	w	w	w

$$A(x;y;z) = T_2(x;y;z) \longrightarrow T_1(x;y;z)$$

	x	w	w	w	w	f	f	f	f
	y	w	w	f	f	w	w	f	f
	z	w	f	w	f	w	f	w	f
T_2	$y \to z$	w	F	w	w	w	F	w	w
	$x \wedge (y \to z)$	w	f	w	w	f	f	f	f
T_1	$x \wedge y$	w	w	f	f	f	f	f	f
	$x \wedge y \to z$	w	f	w	w	w	w	w	w
	$T_2 \to T_1$	w	w	w	w	w	w	w	w

$$E[A] = Bool^3 \Rightarrow \text{Tautologie}$$

$$T_2 \Rightarrow T_1$$

$$A(x;y;z) = \neg(x \vee y) \rightarrow z \wedge \neg x \leftrightarrow x \rightarrow z \vee \neg y$$

$$\leftarrow \quad | \quad \rightarrow$$

$x \vee y$	$\neg x$	$\neg y$
$\neg(x \vee y)$	$z \wedge \neg x$	$z \vee \neg y$
$\rightarrow$	$\leftrightarrow$	$x \rightarrow z \vee \neg y$

$$
\begin{aligned}
&\neg(b \rightarrow c) \wedge c && \text{Äquivalenz} \\
&\neg(\neg b \vee c) \wedge c && \text{Subst.} \\
&(\neg\neg b \wedge \neg c) \wedge c && \text{de Morgan} \\
&(b \wedge \neg c) \wedge c && \text{doppelte Negation} \\
&b \wedge (\neg c \wedge c) && \text{assoz.} \\
&b \wedge F && \text{Komplement} \\
&F && \text{Übergewicht}
\end{aligned}
$$

$$a \leftrightarrow b \;=\; [(a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)]$$

$$\underset{?}{\Leftrightarrow}$$

	a	w	w	F	F
	b	w	F	w	F
I	$a \leftrightarrow b$	w	F	F	w
II	$a \wedge b$	w	F	F	F
	$\neg a \wedge \neg b$	F	F	F	w
	$() \vee ()$	w	F	F	w
	$\mathrm{I} \leftrightarrow \mathrm{II}$	w	w	w	w

$E[A] = Bool^2 \Rightarrow$ Tautologie, so dass die Äquivalenz gilt.

$$A(x;y;z) = T_2(x;y;z) \longrightarrow T_1(x;y;z)$$

x	w	w	w	w	F	F	F	F
y	w	w	F	F	w	w	F	F
z	w	F	w	F	w	F	w	F
$y \to z$	w	F	w	w	w	F	w	w
II: $x \land (y \to z)$	w	F	w	w	F	F	F	F
$x \land y$	w	w	F	F	F	F	F	F
I: $x \land y \to z$	w	F	w	w	w	w	w	w
$\mathrm{II} \to \mathrm{I}$	w	w	w	w	w	w	w	w

$E[A] = Bool^3$ -> Tautologie, so dass die Implikation gilt.

$$T_2 \Rightarrow T_1$$