VORKURS

08.10.2018

Wiederholung

Diese Fragen sollten Sie ohne Skript beantworten können:

- ✓ Was versteht man unter einem linearen Gleichungssystem?
- ✓ Wie funktioniert das Einsetzungsverfahren?
- ✓ Worauf ist beim Gleichsetzungsverfahren zu achten?
- ✓ Wie kann man ein LGS mit zwei Gleichungen zeichnerisch lösen?
- ✓ Wie zeichnen Sie eine Gerade in ein Koordinatensystem?
- ✓ Was versteht man unter dem Additionsverfahren?
- ✓ Was sucht man bei 3 Gleichungen mit 3 Unbekannten?
- ✓ Was bedeutet die Pivot-Zeile eines LGS?

AUFGABEN

I. Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem grafisch.

a) $\begin{vmatrix} 2x - y = -7 \\ 3x + 4y = 6 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} y - 2x = 4 \\ x + 3y = -9 \end{vmatrix}$

II. Sie die folgenden Gleichungssysteme. Wenden Sie insgesamt 3 verschiedene Verfahren an.

a) $\begin{vmatrix} x + 3y = 25 \\ 4x - y = 22 \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} -5 = 0{,}25y + 0{,}5x \\ 2y + 4x = 100 \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} \frac{1}{2}x - \frac{1}{5}y = \frac{1}{12} \\ 2y - \frac{3}{8}x = \frac{9}{4} \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} 3y - 2x = 13 \\ 8x + 4y = -4 \end{vmatrix}$ e) $\begin{vmatrix} 2y = 1 - 0{,}5x \\ 0{,}25x = 0{,}6 - y \end{vmatrix}$ f) $\begin{vmatrix} \frac{1}{3}y + \frac{1}{6}x = \frac{1}{15} \\ \frac{3}{2}x = \frac{3}{5} - 3y \end{vmatrix}$

AUFGABEN

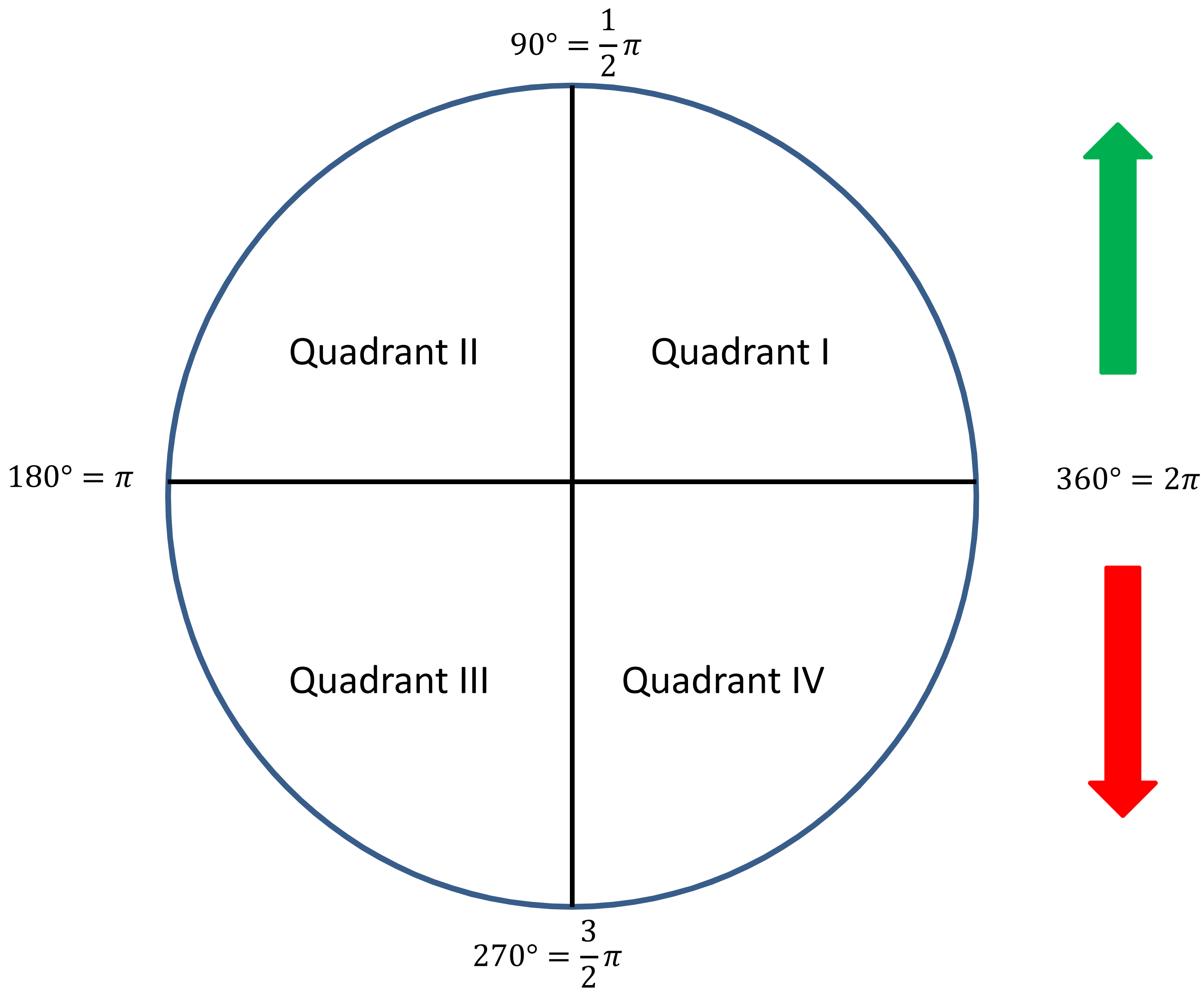
I. Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem mittels Gauß.

a) $$\left|\begin{array}{c} 2x - y + 3z = 7 \\ 4x + 3y - z = -3 \\ -x + 2y - 3z = -8 \end{array}\right|$$

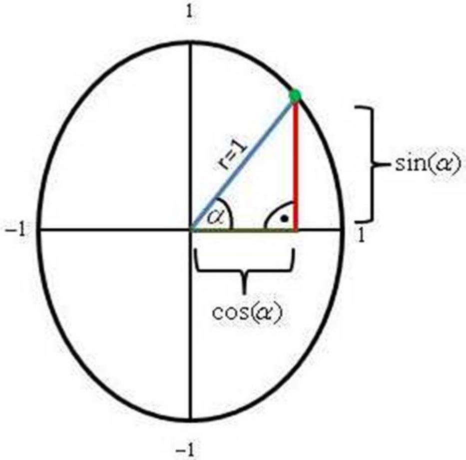
b) $$\begin{array}{cccccc} 3x_1 & +4x_2 & -x_3 & = & 1 \\ x_1 & -x_2 & +x_3 & = & 0 \\ 5x_1 & 2x_2 & +x_3 & = & 2 \end{array}$$

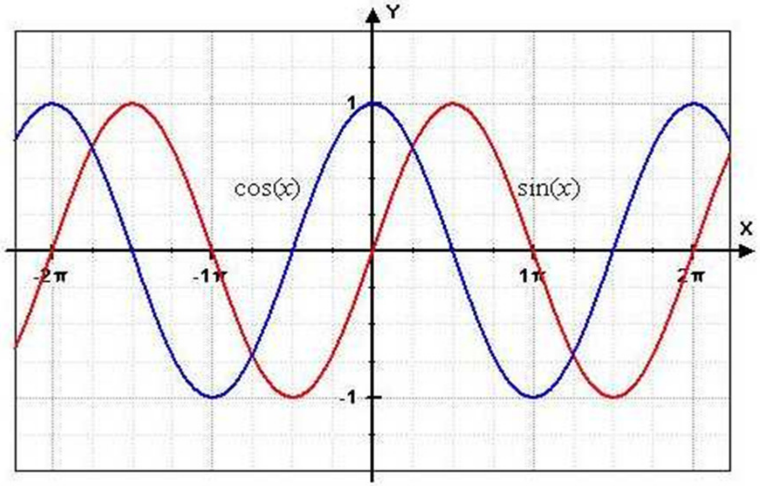
c) $$\left|\begin{array}{c} x - 3y + z = -2 \\ -x + 2y - 3z = -6 \\ 2x + y + 4z = 16 \end{array}\right|$$

DER EINHEITSKREIS



TRIGONOMETRIE I

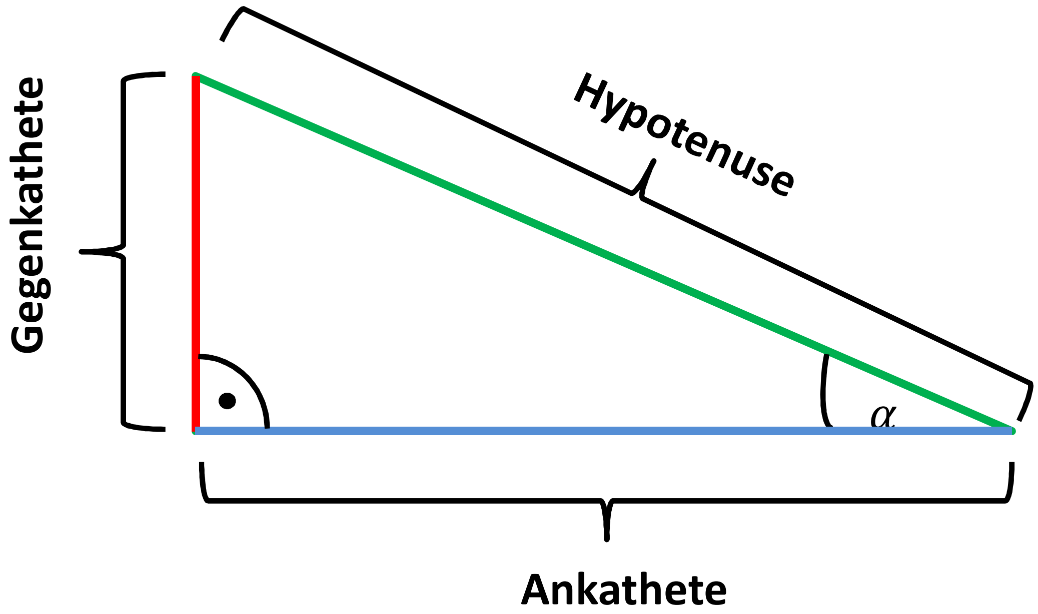




Bestimmte Sinus und Cosinuswerte

DEG	0°	30°	45°	60°	90°
RAD	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$
SIN	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
COS	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0

TRIGONOMETRIE II



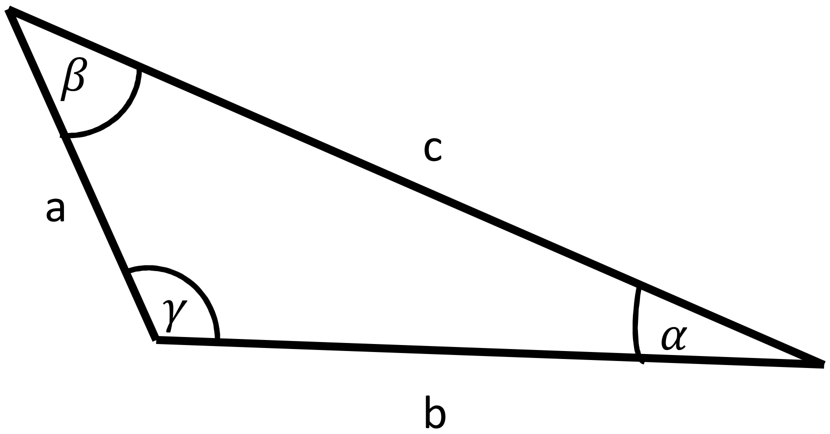
$$sin(\propto) = \frac{Gegenkathete}{Hypotenuse}$$

$$cos(\propto) = \frac{Ankathete}{Hypotenuse}$$

$$tan(\propto) = \frac{Gegenkathete}{Ankathete}$$

$$cot(\propto) = \frac{Ankathete}{Gegenkathete}$$

TRIGONOMETRIE III



Sinussatz:

$$\frac{sin(\alpha)}{a} = \frac{sin(\beta)}{b} = \frac{sin(\gamma)}{c}$$

Cosinussatz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot cos(\alpha)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot cos(\beta)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot cos(\gamma)$$

AUFGABEN

I. Geben Sie Schätzungen für die folgenden Werte an.

$$a)\sin(300°) \qquad b)\cos(60°) \qquad c)\cos(400°) \qquad d)\sin(800°)$$

III. Geben Sie alle Seiten und Winkel der (rechtwinkligen) Dreiecke an.

a) $\beta = 90°, a = 4m, c = 3m$

b) $\gamma = 60°, a = 5m$

IV. Bestimmen Sie von dem (nicht-rechtwinkligen) Dreieck mit den Werten
$b = 6\ cm, c = 0{,}5\ dm,\ \gamma = 20°$ den Umfang und Fläche.
Verwenden Sie mindestens einmal den Sinus- und Cosinussatz.

TRIGONOMETRIE IV

Für die Sinus/ Cosinus-Funktion sind im Bereich der **Addition der Argumente** zwei **Additionstheoreme** definiert, wodurch stets bei **rechtwinkliger Konstellation** entweder ein Sinus oder ein Cosinus aus der Funktion **entfernt** werden kann.

1) $\boxed{\sin(a \pm b) = \sin(a) \cdot \cos(b) \pm \sin(b) \cdot \cos(a)}$

$$\sin(2x + \frac{\pi}{2}) = \sin(2x) \cdot \cos(\frac{\pi}{2}) + \sin(\frac{\pi}{2}) \cdot \cos(2x)$$

$$\sin(2x + \frac{\pi}{2}) = \sin(2x) \cdot 0 + 1 \cdot \cos(2x) = \cos(2x)$$

90° Phasenverschiebung
der Sinusfunktion = Cosinusfunktion

2) $\boxed{\cos(a \pm b) = \cos(a) \cdot \cos(b) \mp \sin(a) \cdot \sin(b)}$

$$\cos(\frac{3}{2}\pi - 3x) = \cos(\frac{3}{2}\pi) \cdot \cos(3x) + \sin(\frac{3}{2}\pi) \cdot \sin(3x)$$

$$\cos(\frac{3}{2}\pi - 3x) = 0 \cdot \cos(3x) + (-1) \cdot \sin(3x) = -\sin(3x)$$

270° Phasenverschiebung
der Cosinusfunktion = -Sinusfunktion

AUFGABEN

I. Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke soweit als möglich.

$a) \sin(4x - \frac{3}{2}\pi)$ $\quad$ $b) \cos(-\frac{1}{2}\pi + 2x)$ $\quad$ $c) \cos(\frac{3}{2} \cdot (2x + 3\pi)$

II. Beweisen Sie den folgenden Zusammenhang.

$$\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(x))$$

$Tipp: cos(2x) = cos^2(x) - sin^2(x)$

TRIGONOMETRIE V

Eine rein trigonometrische Funktion (**sinus/ cosinus**) stellt eine **Schwingung** innerhalb einer bestimmbaren **Periode** und eines konstanten Wertebereichs dar, die für alle reellen Zahlen definiert ist.

$$\boxed{f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d}$$

Die vier Parameter in der Funktion beziehen sich zum einen auf die **Verschiebung** und zum anderen auf die **Streckung/ Stauchung** in der x-Achsen bzw. y-Achsen-Richtung:

a:	Amplitudenfaktor	Streckung/Stauchung in y-Achsen-Richtung
b:	Periodenfaktor	Streckung/Stauchung in x-Achsen-Richtung
c:	Phasenverschiebung	Verschiebung in x-Achsen-Richtung
d:	Wertebereichverschiebung	Verschiebung in y-Achsen-Richtung

Symmetrie:

- SIN: Punktsymmetrie $f(x) = -f(-x) \Rightarrow \sin(-x) = -\sin(x)$
- COS: Achsensymmetrie $f(x) = f(-x) \Rightarrow \cos(x) = \cos(-x)$

Bei dem Periodenfaktor gilt für die **neue Periode**: $\boxed{P_{NEU} = \frac{P_{ALT}}{b}}$

TRIGONOMETRIE VI

Anhand der folgenden Vierfeldertafel können die grundlegenden Eigenschaften einer trigonometrischen Funktion direkt abgelesen werden.

Es wird dabei davon ausgegangen, dass es sich um eine Standardfunktion in der Form $sin^n(g(x))$ oder $cos^n(h(x))$ handelt.

Vierfeldertafel

	$\boldsymbol{n = gerade}$	$\boldsymbol{n = ungerade}$
$\boldsymbol{sin^n(g(x))}$	$Periode_{ALT} = \pi$ $f(x) = f(-x)$ $\mathbb{W} = [0; 1]$	$Periode_{ALT} = 2\pi$ $f(x) = -f(-x)$ $\mathbb{W} = [-1; 1]$
$\boldsymbol{cos^n(h(x))}$	$Periode_{ALT} = \pi$ $f(x) = f(-x)$ $\mathbb{W} = [0; 1]$	$Periode_{ALT} = 2\pi$ $f(x) = f(-x)$ $\mathbb{W} = [-1; 1]$

TRIGONOMETRIE VII

Beispiel: $f(x) = 3 \cdot \sin(\frac{2}{3}x + 3\pi) + 4$

Vereinfachung: $f(x) = 3 \cdot \left[\sin(\frac{2}{3}x) \cdot \cos(3\pi) + \sin(3\pi) \cdot \cos(\frac{2}{3}x) \right] + 4$

$$f(x) = (-3) \cdot \sin(\frac{2}{3}x) + 4$$

Wertebereich: $-3 \cdot [-1;1] + 4 = [-3;3] + 4 \Longrightarrow W = y \in [1;7]$

Periode: $P_{NEU} = \frac{2\pi}{2/3} = 3\pi \Rightarrow f(x) = f(x + 3\pi)$

$$f(x) = -3 \cdot \sin(\frac{2}{3}(x + 3\pi)) + 4 = -3 \cdot \sin(\frac{2}{3}x + 2\pi) + 4$$

$$f(x) = -3 \cdot \left[\sin(\frac{2}{3}x) \cdot \cos(2\pi) + \sin(2\pi) \cdot \cos(\frac{2}{3}x) \right] + 4$$

$$f(x) = -3 \cdot \left[\sin(\frac{2}{3}x) \cdot 1 + 0 \cdot \cos(\frac{2}{3}x) \right] + 4 = -3 \cdot \sin(\frac{2}{3}x) + 4$$

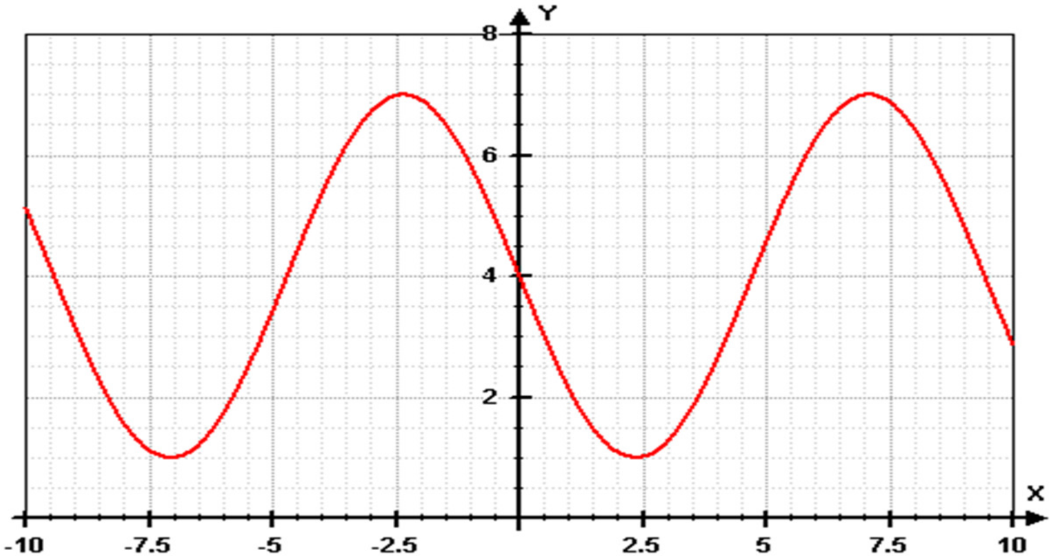
TRIGONOMETRIE VIII

Beispiel: $f(x) = (-3) \cdot \sin(\frac{2}{3}x) + 4$

Symmetrie: Punktsymmetrie $f(x) - 4 = -[f(-x) - 4]$

$$\left.\begin{array}{l} f(x) - 4 = -3 \cdot \sin(\frac{2}{3}x) + 4 - 4 = -3 \cdot \sin(\frac{2}{3}x) \\ -[f(-x) - 4] = -\left[-3 \cdot \sin(-\frac{2}{3}x) + 4 - 4\right] = 3 \cdot \sin(-\frac{2}{3}x) \end{array}\right\} =$$

Skizze:



AUFGABEN

Vereinfachen Sie die folgenden Funktionen mittels der Additionstheoreme und bestimmen Sie den Wertebereich, das Symmetrieverhalten und fertigen Sie eine Skizze an.

1) $f(x) = 3 - 2 \cdot \sin(4x - 5\pi)$

2) $g(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\pi\right) + 5$

3) $h(x) = 3 \cdot \left[\cos(2x - \pi) + 2\right]$

4) $k(x) = 5 + \frac{2}{3} \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot (\pi - x)\right)$

5) $l(x) = 5 + 3 \cdot \sin^6(2x + 2{,}5\pi)$

6) $g(x) = 6 \cdot \sin^3\left(\frac{3}{2}x - \frac{9}{2}\pi\right) + 2$

Welche neuen Begriffe habe ich kennen gelernt?

Einheitskreis
Sinus
Cosinus
(Co)-Tangens
Gegenkathete
Cosinussatz
Ankathete
Sinussatz
Hypotenuse
Frequenz
Periode
Additionstheoreme
Phasenverschiebung
Amplitudenmodulation