VORKURS

26.09.2018

Wiederholung

Diese Fragen sollten Sie ohne Skript beantworten können:

- ✓ Was bedeutet ein negativer Exponent?
- ✓ Wie kann man den Grad einer Wurzel noch darstellen?
- ✓ Wie werden Potenzen potenziert?
- ✓ Was bewirkt eine Null im Exponenten?
- ✓ Wann kann man Potenzen addieren / subtrahieren?
- ✓ Wie lösen Sie verschachtelte Wurzelausdrücke?
- ✓ Was verstehen Sie unter der Hierarchie der Mathematik?
- ✓ Was ist ein Polynom vom Grade n?

Aufgaben

1) $$\left(2x^2-\sqrt{x}\right)^4-\left(\frac{1}{2x}+x^3\right)^2$$

2) $$\sqrt[4]{\sqrt[3]{y^5}}\cdot\left(y^3\right)^2:\sqrt[3]{y^2}\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{y^6}}$$

3) $$\left[\sqrt{x}\cdot\left(x^4-\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)-\frac{1}{x^2}\cdot\left(\left(x^3\right)^2+\left(\sqrt[5]{x^2}\right)^3\right)\right]:\frac{1}{x^2}$$

4) $$\frac{\frac{1}{x^2}\cdot\left(x^3\right)^2\cdot\left(\sqrt[5]{x^4}\right)^{-2}\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{x}}}{\sqrt{\left(x^2\right)^3}\cdot\frac{1}{\sqrt{\sqrt{x}}}\cdot\left(\sqrt[4]{x^3}\right)^{-6}}$$

OPERATION / GEGENOPERATION

Im Bereich der Arithmetik wird durch Bildung der abhängigen Gegenoperation stets das neutrale Element erzeugt (Multiplikation: 1 und Addition: 0).

Lineare Gleichung:
Mittels einfacher Gegenoperationen und den zugehörigen neutralen Elementen wird eine Gleichung nach der Unbekannten freigestellt.

Beispiel: $3\cdot x-5=4 \Leftrightarrow 3\cdot x-5+5=4+5 \Leftrightarrow 3\cdot x+0=9 \qquad |+5$

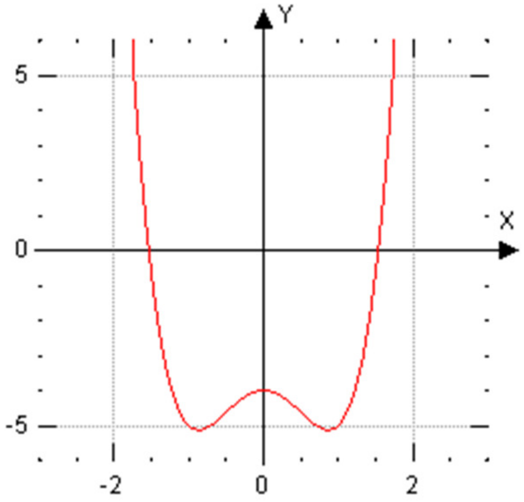
$$3\cdot x+0=9 \Leftrightarrow 3\cdot\frac{1}{3}\cdot x+0=9\cdot\frac{1}{3}=1\cdot x+0=3 \Leftrightarrow x=3 \qquad |:3$$

Potenzgleichung:
Nach Überführung des Terms in einen reinen Potenzausdruck wird der Exponent mittels elementarer Umformungen zum neutralen Element 1 umgewandelt.

Beispiel: $\sqrt[3]{x^2}=4 \Leftrightarrow x^{\frac{2}{3}}=4 \Leftrightarrow \left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}=4^{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow x^{\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}}=\sqrt{4^3} \Leftrightarrow x^1=\sqrt{64} \Rightarrow x=\pm 8$

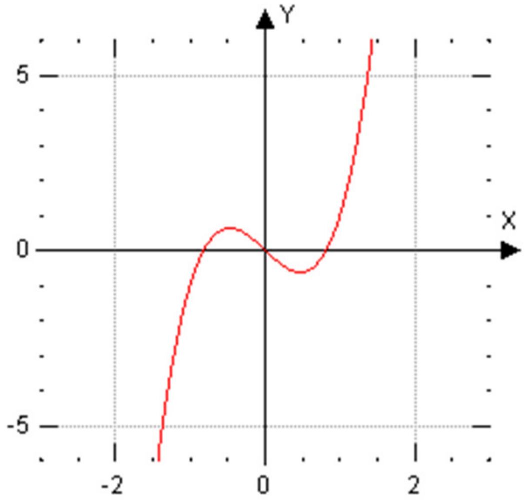
FUNKTIONSGRAPHEN I

$$f(x) = 2x^4 - 3x^2 - 4$$



- Achsensymmetrie
- Ganzrationales Polynom (Grad 4)

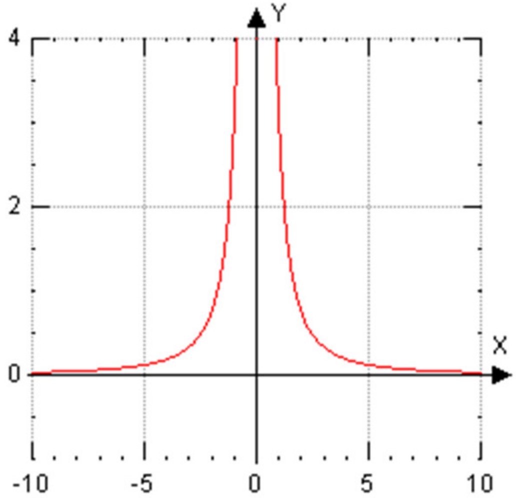
$$f(x) = 3x^3 - 2x$$



- Punktsymmetrie
- Ganzrationales Polynom (Grad 3)

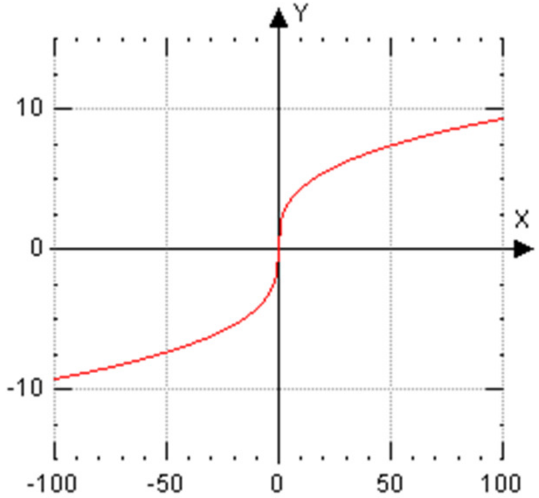
FUNKTIONSGRAPHEN II

$$f(x) = 3x^{-2} = \frac{3}{x^2}$$



- Achsensymmetrie
- Hyperbelfunktion

$$f(x) = 2x^{\frac{1}{3}} = 2\sqrt[3]{x}$$



- Punktsymmetrie
- Wurzelfunktion

DEFINTIONS-/ WERTEBEREICH

Definitionsbereich:
Alle Zahlen, die in einem Ausdruck/ Term **eingesetzt** werden dürfen, werden mittels Mengeneigenschaften in Abhängigkeit der zugehörigen Variablen beschrieben.

- Ein **Polynom** vom Grade n ist stets für alle reellen Zahlen definiert.
- Eine **Wurzel** darf nun aus positiven Termen inkl. der NULL gezogen werden.
- Bei **Brüchen** ist darauf zu achten, dass der Nenner nicht NULL wird.

Beispiel: $f(x) = 3 \cdot \sqrt{2-x}; D = \{x \in \Re \mid x \leq 2\}$ $\quad g(x) = \frac{x}{x+3}; D = \Re \setminus \{-3\}$

Wertebereich:
Die Zahlen, die durch einen Ausdruck/ Term berechnet werden können, ergeben den Wertebereich einer Funktion (y-Achse).

- Mit **geradem** Exponenten können nicht alle reellen Zahlen abgebildet werden.
- Mit **ungeradem** Exponenten werden alle reellen Zahlen erreicht.
- Bei **Brüchen/ Wurzeln** muss auf Ausnahmen geachtet werden (Definitionsbereich).

Beispiel: $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2; W = \{y \in \Re \mid y \geq 2\}$ $\quad g(x) = \frac{-2}{(x-1)^3}; W = \Re \setminus \{0\}$

AUFGABEN ZU POTENZEN

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke mittels der Potenzgesetze.

1) $\sqrt[3]{\sqrt{a^4 \cdot \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[3]{a}} \cdot a^2}$

2) $\frac{3(2x^{-2}y^{-3})^2}{4(3a^3b^{-2})^3} \cdot \frac{8(3a^4b^{-3})^2}{9(2x^{-1}y^{-2})^3}$

3) $\frac{\frac{42}{\sqrt[n]{x^{10}}}}{\frac{\sqrt[2n]{x^{4n-6}}}{\left(\sqrt[n]{x^2}\right)^{3-2n}}} : \left(\frac{\left(\sqrt[n]{x}\right)^{2n+5}}{\sqrt[\frac{n}{2}]{x^{6-n}}}\right)^{-2}$

Berechnen Sie folgende Ausdrücke und geben die Lösungsmenge an.

a) $\left(\sqrt[12]{x^6}\right)^3 = 64$

b) $\left(\sqrt[3]{x}\right)^{-4} = \frac{16}{81}$

c) $\sqrt{\sqrt[5]{x^4}} = \left(\frac{5}{\sqrt[5]{x^4}}\right)^2$

Geben Sie bei folgenden Funktionen den Definitions- und Wertebereich an.

I) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{3}{x-2}}$

II) $g(x) = 3 \cdot \left(x^2 - 7x + 12\right)^{-5}$

Welche neuen Begriffe habe ich kennen gelernt?

Punktsymmetrie

Operation

Gegenoperation

Achsensymmetrie

Wertebereich

Definitionsbereich

Arten der Hyperbelfunktionen

Arten der Wurzelfunktionen