VORKURS

14.09.2018

Wiederholung

Diese Fragen sollten Sie ohne Skript beantworten können:

- ✓ Wie können Sie effektiv eine Zahl mit 32 multipizieren?
- ✓ Was wird bei der Inklusion gesucht?
- ✓ Wann ist ein Ausdruck transitiv, wann reflexiv?
- ✓ Welche Symmetriearten kennen Sie?
- ✓ Wie beweisen Sie, dass zwei Mengen identisch sind?
- ✓ Welche Objekte werden durch die ODER-Verbindung gesucht?
- ✓ Warum ist die UND-Verbindung für die Negation wichtig?
- ✓ Wie schließen Sie eine Zahl aus einer Menge aus?

AUFGABEN

1) Gegeben sind die Menge A mit $A = \{-6; -4; -2; 0; 2; 6; 14; 16; 18; 20; 22; 26\}$ und die Menge B der ganzen Zahlen (größer gleich -10 und kleiner als 33), die durch 4 oder durch 10 teilbar sind.
Bestimmen Sie die Lösungen (2 mal Aufzählung <u>und</u> 2 mal Eigenschaften):

a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) $A \setminus B$ d) $B \setminus A$

2) Gegeben sind die Menge A der natürlichen Zahlen (größer 7 und kleiner gleich 22), die durch 2 oder 3 oder durch 5 teilbar sind und die Menge B der nicht durch zwei teilbare Zahlen im Intervall von $]6; 24]$.
Bestimmen Sie die Lösungen (2-mal Aufzählung <u>und</u> 2-mal Eigenschaften):

a) $A \cap B$ b) $A \cup B$ c) $A \setminus B$ d) $B \setminus A$

ZAHLENMENGEN

$N \rightarrow$	Natürliche Zahlen	$\{1;2;3...\}$
$Z \rightarrow$	Ganze Zahlen	$\{...-2;-1;0;1;2...\}$
$Q \rightarrow$	Rationale Zahlen	$\frac{a}{b}; a \in Z \wedge b \in Z \setminus \{0\}$ *Endliche Nachkommastellen, Periode*
$R \rightarrow$	Reelle Zahlen	$\{\pi; e; \sqrt{2}; ...\}$ *Unendliche Nachkommastellen*
$C \rightarrow$	Komplexe Zahlen	$z = a + b \cdot i \wedge i = \sqrt{-1}$

KARTESISCHES PRODUKT

Das kartesische Produkt wird mittels Kreuzprodukt aus beliebigen Mengen gebildet, wobei jedes Objekt der linken Menge mit jedem weitern Objekt übrigen Mengen kombiniert wird.

Als Ergebnis entsteht ein n-dimensionales Tupel $X = (x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$.

Die entstehende geordnete Punktmenge ist **nicht kommutativ**.

Der Euklidische Vektorraum lässt sich als kartesische Produkt somit wie folgt darstellen: $\mathbb{R}^3 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} = (x_1, x_2, x_3)$

<u>Beispiel:</u> $A = \{a; b; c\}$ $\quad B = \{1; 2;\}$

$$AxB = \{(a,1); (a,2); (b,1); (b,2); (c,1); (c,2);\}$$

$$BxA = \{(1,a); (1,b); (1,c); (2,a); (2,b); (2,c);\}$$

GESETZE / ZUSAMMENHÄNGE

Kommutativgesetz:	$A \cap B = B \cap A$	$A \cup B = B \cup A$
Assoziativgesetz:	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
Distributivgesetz:	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
De Morgan:	$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$	$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
Komplement:	$\overline{A} \cap A = \{\ \}$	$\overline{A} \cup A = \Omega$
Absorption:	$A \cap (A \cup B) = A$	$A \cup (A \cap B) = A$

Zusammenhänge zwischen $A; \{\ \}; \Omega$

$\cap$: $A \cap A = A$ $\quad A \cap \Omega = A$ $\quad A \cap \{\ \} = \{\ \}$

$\cup$: $A \cup A = A$ $\quad A \cup \Omega = \Omega$ $\quad A \cup \{\ \} = A$

Neutrales Objekt: $A \cap \Omega = A$ $\quad A \cup \{\ \} = A$

AUFGABEN

Beweisen Sie die folgenden Ausdrücke unter Benennung aller angewandten Gesetze

1) Das Absorptionsgesetz $A \cap \left(A \cup B \right) = A$

2) Veranschaulichen Sie das De Morgangesetz $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ in einem Vennschen Diagramm

3) Vereinfachen Sie die Robbinsgleichung: $\overline{\overline{A \cup B} \cup \overline{A \cup \overline{B}}}$

KLASSENEINTEILUNG / ZERLEGUNG

Man spricht von einer Klasseneinteilung, sofern sicher gestellt werden kann, dass jedem Objekt aus der definierten Welt einer Klasse (Untermenge) zugeordnet werden kann.

<u>UND-Verknüpfung:</u>
Die UND-Verbindung zwischen jeder Klasse muss jeweils die leer Menge als Lösung haben. Man spricht dann von disjunkten Mengen.

<u>ODER-Verknüpfung:</u>
Die ODER-Verbindung zwischen allen Klassen muss zu einer Menge führen, die alle Objekte der definierten Ausgangsmenge enthält.

<u>Beispiel:</u> *Alphabet*

UND-Verknüpfung: $Konsonat \cap Vokal = \{\ \}$

ODER-Verknüpfung: $Konsonat \cup Vokal = Alphabet$

POTENZMENGE

Eine Potenzmenge ist eine Ansammlung von allen möglichen Teilmenge basierend auf einer beliebigen Menge A.

Da jedes Objekt der Ausgangsmenge zwei Möglichkeiten besitzt, nämlich zu der Teilmenge zu gehören oder nicht, besteht jede Potenzmenge aus 2^n Untermengen.

Die Teilmengen existieren von der Länge Null (leere Menge) bis zu der Länge *n* (Anzahl der Objekte in der Ausgangsmenge).

<u>Beispiel:</u> $A = \{a;b;c;d\}$

$$P(A) = \left\{ \begin{array}{l} \{\ \}; \\ \{a\};\{b\};\{c\};\{d\}; \\ \{a;b\};\{a;c\};\{a;d\};\{b;c\};\{b;d\};\{c;d\}; \\ \{a;b;c\};\{a;b;d\};\{a;c;d\};\{b;c;d\}; \\ \{a;b;c;d\} \end{array} \right\} \quad 2^n = 2^4 = 16 \quad \text{Untermengen}$$

AUFGABEN

1) Welche der folgenden Aussagen über eine Potenzmenge $P(A)$ und einer Menge *A* sind wahr bzw. falsch (Begründung)?

$a)\, A \in P(A)$ $\quad b)\, A \subset P(A)$ $\quad c)\, \{\ \} \in P(A)$ $\quad d)\, \{\ \} \subset P(A)$

$e)\, \{A\} \in P(A)$ $\quad f)\, \{A\} \subset P(A)$ $\quad g)\, \{\{\ \}\} \subset P(A)$ $\quad h)\, \{\{\ \}\} \in P(A)$

2) Bilden Sie die Potenzmenge basierend auf der Menge $A = \{\nabla; \infty; \pi\}$.

3) Beschreiben Sie alle ganzen Zahlen zwischen -5 und 10, die durch drei aber nicht durch 4 teilbar sind.

4) Definieren Sie die natürlichen Zahlen größer gleich vier und kleiner 50, die durch 4 und durch 7 teilbar sind.

5) Gegeben sei die Menge M aller Studierenden an der Hochschule Fulda in Form der Matrikelnummer. Gesucht ist die Menge der Studierenden, wo die Quersumme der Matrikelnummer größer 15 ist.

Welche neuen Begriffe habe ich kennen gelernt?

Potenzenge

Kartesisches Produkt

disjunkt

$\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$

Euklidischer Vektorraum

Klassen

assoziativ

invers

Absorption

neutral

kommutativ

idempotent

distributiv

imaginär

De Morgan