VORKURS

28.09.2017

Wiederholung

Diese Fragen sollten Sie ohne Skript beantworten können:

- ✓ Beschreiben Sie die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks.
- ✓ Wie werden trigonometrische Funktionen definiert?
- ✓ Wie erfolgt die Umrechnung von Bogenmaß in Gradmaß?
- ✓ Was beschreibt der Sinussatz?
- ✓ Warum ist der Cosinussatz im Grunde genommen der Pythagorassatz?
- ✓ Was bedeutet eine Phasenverschiebung?
- ✓ Was wissen Sie wenn das Argument durch 90 teilbar ist?
- ✓ Wie sieht die Tangensfunktion aus?

AUFGABEN

I. Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke soweit als möglich.

$a)\sin(2x-9\pi)$

$b)\sin(2{,}5x-7{,}5\pi)$

$c)\cos(12\cdot(4x-5\pi)$

$d)\cos(\frac{1}{2}\cdot\left(7\pi+6x\right)-3{,}5\pi)$

II. Skizzieren Sie den Graphen zu Cotangens.

III. Geben Sie alle Seiten und Winkel der (rechtwinkligen) Dreiecke an.

a) $\alpha=90°, a=5cm, b=3cm$

b) $\alpha=30°, c=6cm$

IV. Bestimmen Sie von dem (nicht-rechtwinkligen) Dreieck mit den Werten $a = 8\ dm, c = 9{,}1\ dm, \beta = 20°$ den Umfang und Fläche.
Verwenden Sie mindestens einmal den Sinus- und Cosinussatz.

TRIGONOMETRIE III

Eine rein trigonometrische Funktion (**sinus/ cosinus**) stellt eine **Schwingung** innerhalb einer bestimmbaren **Periode** und eines konstanten Wertebereichs dar, die für alle reellen Zahlen definiert ist.

$$\boxed{f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d}$$

Die vier Parameter in der Funktion beziehen sich zum einen auf die **Verschiebung** und zum anderen auf die **Streckung/ Stauchung** in der x-Achsen bzw. y-Achsen-Richtung:

a:	Amplitudenfaktor	Streckung/Stauchung in y-Achsen-Richtung
b:	Periodenfaktor	Streckung/Stauchung in x-Achsen-Richtung
c:	Phasenverschiebung	Verschiebung in x-Achsen-Richtung
d:	Wertebereichverschiebung	Verschiebung in y-Achsen-Richtung

Symmetrie:

- SIN: Punktsymmetrie $f(x) = -f(-x) \Rightarrow \sin(-x) = -\sin(x)$
- COS: Achsensymmetrie $f(x) = f(-x) \Rightarrow \cos(x) = \cos(-x)$

Bei dem Periodenfaktor gilt für die **neue Periode**:

$$\boxed{P_{NEU} = \frac{P_{ALT}}{b}}$$

TRIGONOMETRIE IV

Anhand der folgenden Vierfeldertafel können die grundlegenden Eigenschaften einer trigonometrischen Funktion direkt abgelesen werden.

Es wird dabei davon ausgegangen, dass es sich um eine Standardfunktion in der Form $sin^n\big(g(x)\big)$ oder $cos^n\big(h(x)\big)$ handelt.

Vierfeldertafel

	$\boldsymbol{n = gerade}$	$\boldsymbol{n = ungerade}$
$\boldsymbol{sin^n\big(g(x)\big)}$	$Periode_{ALT} = \pi$ $f(x) = f(-x)$ $\mathbb{W} = [0;1]$	$Periode_{ALT} = 2\pi$ $f(x) = -f(-x)$ $\mathbb{W} = [-1;1]$
$\boldsymbol{cos^n\big(h(x)\big)}$	$Periode_{ALT} = \pi$ $f(x) = f(-x)$ $\mathbb{W} = [0;1]$	$Periode_{ALT} = 2\pi$ $f(x) = f(-x)$ $\mathbb{W} = [-1;1]$

TRIGONOMETRIE V

Beispiel: $f(x) = 3 \cdot \sin(\frac{2}{3}x + 3\pi) + 4$

Vereinfachung: $f(x) = 3 \cdot \left[\sin(\frac{2}{3}x) \cdot \cos(3\pi) + \sin(3\pi) \cdot \cos(\frac{2}{3}x) \right] + 4$

$$f(x) = (-3) \cdot \sin(\frac{2}{3}x) + 4$$

Wertebereich: $-3 \cdot [-1;1] + 4 = [-3;3] + 4 \Longrightarrow W = y \in [1;7]$

Periode: $P_{NEU} = \frac{2\pi}{2/3} = 3\pi \Rightarrow f(x) = f(x + 3\pi)$

$$f(x) = -3 \cdot \sin(\frac{2}{3}(x + 3\pi)) + 4 = -3 \cdot \sin(\frac{2}{3}x + 2\pi) + 4$$

$$f(x) = -3 \cdot \left[\sin(\frac{2}{3}x) \cdot \cos(2\pi) + \sin(2\pi) \cdot \cos(\frac{2}{3}x) \right] + 4$$

$$f(x) = -3 \cdot \left[\sin(\frac{2}{3}x) \cdot 1 + 0 \cdot \cos(\frac{2}{3}x) \right] + 4 = -3 \cdot \sin(\frac{2}{3}x) + 4$$

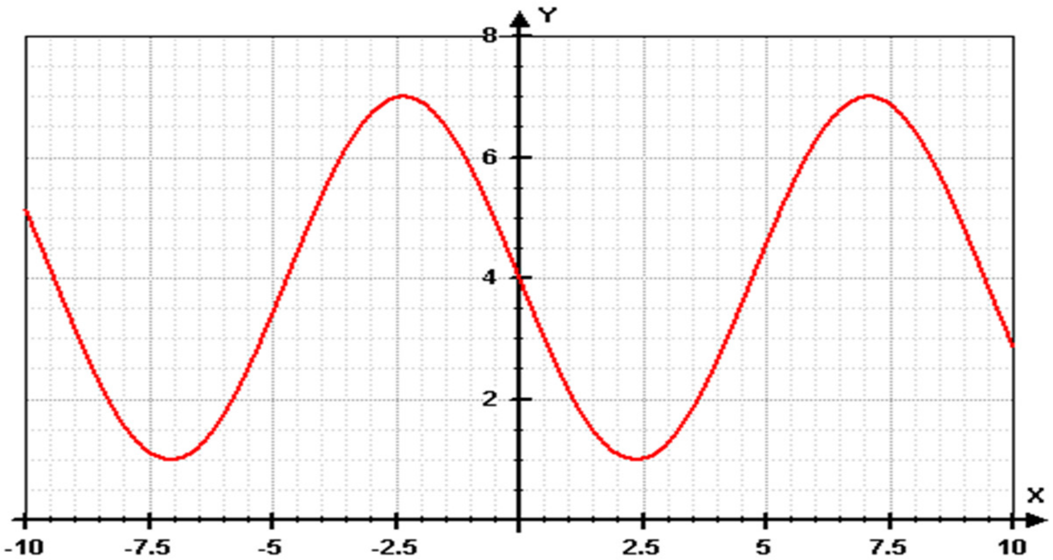
TRIGONOMETRIE VI

Beispiel: $f(x) = (-3) \cdot \sin(\frac{2}{3}x) + 4$

Symmetrie: Punktsymmetrie $f(x) - 4 = -[f(-x) - 4]$

$$\left.\begin{aligned} f(x) - 4 &= -3 \cdot \sin(\frac{2}{3}x) + 4 - 4 = -3 \cdot \sin(\frac{2}{3}x) \\ -[f(-x) - 4] &= -\left[-3 \cdot \sin(-\frac{2}{3}x) + 4 - 4\right] = 3 \cdot \sin(-\frac{2}{3}x) \end{aligned}\right\} =$$

Skizze:



AUFGABEN

Vereinfachen Sie die folgenden Funktionen mittels der Additionstheoreme und bestimmen Sie den Wertebereich, das Symmetrieverhalten und fertigen Sie eine Skizze an.

1) $f(x) = 3 - 2 \cdot \sin(4x - 5\pi)$

2) $g(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}\pi\right) + 5$

3) $h(x) = 3 \cdot \left[\cos(2x - \pi) + 2\right]$

4) $k(x) = 5 + \frac{2}{3} \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot (\pi - x)\right)$

5) $l(x) = 5 + 3 \cdot \sin^6(2x + 2{,}5\pi)$

6) $g(x) = 6 \cdot \sin^3\left(\frac{3}{2}x - \frac{9}{2}\pi\right) + 2$