

VORKURS

18.09.2017

Wiederholung

Diese Fragen sollten Sie ohne Skript beantworten können:

- ✓ Was bedeutet ein negativer Exponent?
- ✓ Wie kann man den Grad einer Wurzel noch darstellen?
- ✓ Wie werden Potenzen potenziert?
- ✓ Was bewirkt eine Null im Exponenten?
- ✓ Wann kann man Potenzen addieren / subtrahieren?
- ✓ Wie lösen Sie verschachtelte Wurzelausdrücke?
- ✓ Was verstehen Sie unter der Hierarchie der Mathematik?
- ✓ Was ist ein Polynom vom Grade n ?

AUFGABEN

$$1) \quad (2x^2 - \sqrt{x})^4 - \left(\frac{1}{2x} + x^3\right)^2$$

$$2) \quad \sqrt[4]{\sqrt[3]{y^5}} \cdot (y^3)^2 : \sqrt[3]{y^2} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{y^6}}$$

$$3) \quad \left[\sqrt{x} \cdot \left(x^4 - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \right) - \frac{1}{x^2} \cdot \left((x^3)^2 + \left(\sqrt[5]{x^2} \right)^3 \right) \right] : \frac{1}{x^2}$$

$$4) \quad \frac{\frac{1}{x^2} \cdot (x^3)^2 \cdot \left(\sqrt[5]{x^4} \right)^{-2} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x}}}{\sqrt{(x^2)^3} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sqrt{x}}} \cdot \left(\sqrt[4]{x^3} \right)^{-6}}$$

OPERATION / GEGENOPERATION

Im Bereich der Arithmetik wird durch Bildung der abhängigen Gegenoperation stets das neutrale Element erzeugt (Multiplikation: 1 und Addition: 0).

Lineare Gleichung:

Mittels einfacher Gegenoperationen und den zugehörigen neutralen Elementen wird eine Gleichung nach der Unbekannten freigestellt.

$$\begin{aligned} \text{Beispiel: } 3 \cdot x - 5 = 4 &\Leftrightarrow 3 \cdot x - 5 + 5 = 4 + 5 \Leftrightarrow 3 \cdot x + 0 = 9 && | +5 \\ 3 \cdot x + 0 = 9 &\Leftrightarrow 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot x + 0 = 9 \cdot \frac{1}{3} = 1 \cdot x + 0 = 3 \Leftrightarrow x = 3 && | :3 \end{aligned}$$

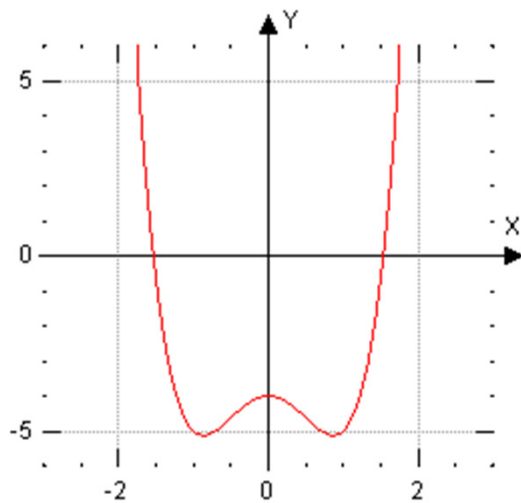
Potenzgleichung:

Nach Überführung des Terms in einen reinen Potenzausdruck wird der Exponent mittels elementarer Umformungen zum neutralen Element 1 umgewandelt.

$$\text{Beispiel: } \sqrt[3]{x^2} = 4 \Leftrightarrow x^{\frac{2}{3}} = 4 \Leftrightarrow \left(x^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} = 4^{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow x^{\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 2}} = \sqrt{4^3} \Leftrightarrow x^1 = \sqrt{64} \Rightarrow x = \pm 8$$

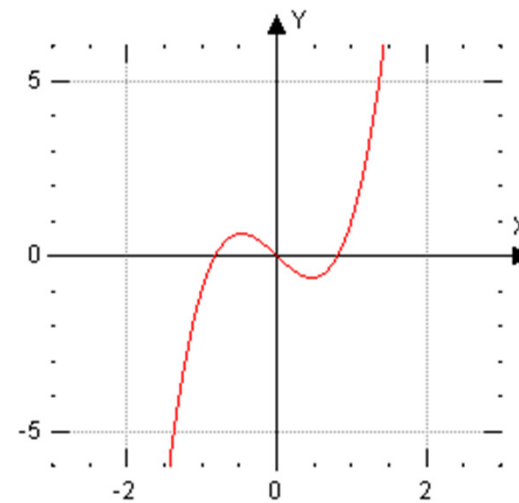
FUNKTIONSGRAPHEN I

$$f(x) = 2x^4 - 3x^2 - 4$$



- Achsensymmetrie
- Ganzrationales Polynom (Grad 4)

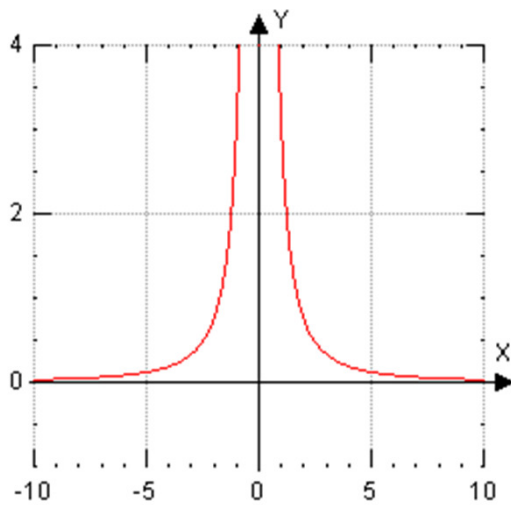
$$f(x) = 3x^3 - 2x$$



- Punktsymmetrie
- Ganzrationales Polynom (Grad 3)

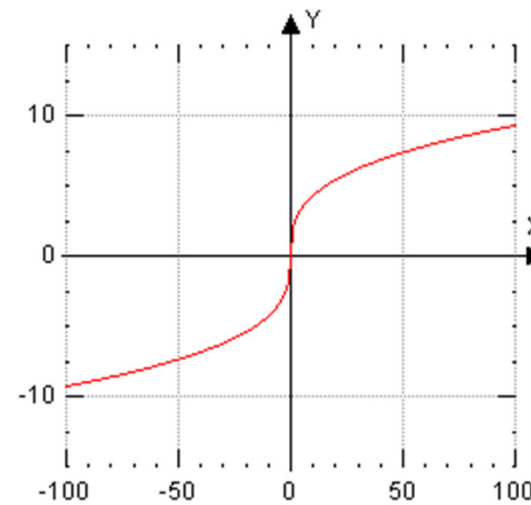
FUNKTIONSGRAPHEN II

$$f(x) = 3x^{-2} = \frac{3}{x^2}$$



- Achsensymmetrie
- Hyperbelfunktion

$$f(x) = 2x^{\frac{1}{3}} = 2\sqrt[3]{x}$$



- Punktsymmetrie
- Wurzelfunktion

DEFINITIONS-/ WERTEBEREICH

Definitionsbereich:

Alle Zahlen, die in einem Ausdruck/ Term **eingesetzt** werden dürfen, werden mittels Mengeneigenschaften in Abhängigkeit der zugehörigen Variablen beschrieben.

- Ein **Polynom** vom Grade n ist stets für alle reellen Zahlen definiert.
- Eine **Wurzel** darf nun aus positiven Termen inkl. der NULL gezogen werden.
- Bei **Brüchen** ist darauf zu achten, dass der Nenner nicht NULL wird.

Beispiel: $f(x) = 3 \cdot \sqrt{2-x}; D = \{x \in \mathfrak{R} \mid x \leq 2\}$ $g(x) = \frac{x}{x+3}; D = \mathfrak{R} \setminus \{-3\}$

Wertebereich:

Die Zahlen, die durch einen Ausdruck/ Term berechnet werden können, ergeben den Wertebereich einer Funktion (y-Achse).

- Mit **geradem** Exponenten können nicht alle reellen Zahlen abgebildet werden.
- Mit **ungeradem** Exponenten werden alle reellen Zahlen erreicht.
- Bei **Brüchen/ Wurzeln** muss auf Ausnahmen geachtet werden (Definitionsbereich).

Beispiel: $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2; W = \{y \in \mathfrak{R} \mid y \geq 2\}$ $g(x) = \frac{-2}{(x-1)^3}; W = \mathfrak{R} \setminus \{0\}$

AUFGABEN ZU POTENZEN

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke mittels der Potenzgesetze.

$$1) \sqrt[3]{\sqrt{a^4} \cdot \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot a^2}$$

$$2) \frac{3(2x^{-2}y^{-3})^2}{4(3a^3b^{-2})^3} \cdot \frac{8(3a^4b^{-3})^2}{9(2x^{-1}y^{-2})^3}$$

$$3) \frac{\frac{42}{\sqrt[n]{x^{10}}}}{\frac{2n\sqrt{x^{4n-6}}}{\left(\sqrt[n]{x^2}\right)^{3-2n}}} \cdot \left(\frac{\left(\sqrt[n]{x}\right)^{2n+5}}{\frac{n}{\sqrt[2]{x^{6-n}}}}\right)^{-2}$$

Berechnen Sie folgende Ausdrücke und geben die Lösungsmenge an.

$$a) \left(\sqrt[12]{x^6}\right)^3 = 64$$

$$b) \left(\sqrt[3]{x}\right)^{-4} = \frac{16}{81}$$

$$c) \sqrt{\sqrt[5]{x^4}} = \left(\frac{5}{\sqrt[5]{x^4}}\right)^2$$

Geben Sie bei folgenden Funktionen den Definitions- und Wertebereich an.

$$I) f(x) = \sqrt[3]{\frac{3}{x-2}}$$

$$II) g(x) = 3 \cdot (x^2 - 7x + 12)^{-5}$$

Welche neuen Begriffe habe ich kennen gelernt?