

# VORKURS

**14.09.2017**

# Wiederholung

Diese Fragen sollten Sie ohne Skript beantworten können:

- ✓ Was wird durch das  $\pm$  im Exponenten eines Grenzwerts beschrieben?
- ✓ Was versteht man unter einer Asymptote?
- ✓ Wann nutzt man das Pascal'sche Dreieck?
- ✓ Warum nennt man es auch Koeffizientenstruktur?
- ✓ Wie funktioniert die Primfaktorzerlegung?
- ✓ Was ist das kgV und was das ggT?
- ✓ Wie definiert man die Teilbarkeit (ohne Modulo)?
- ✓ Was macht der Euklidische Algorithmus?

# AUFGABEN

1)  $2 \cdot (2x - 0,5y)^5$

2)  $(3i - 2)^4 - 2 \cdot (i + 3)^2 \cdot (1 - 2i)^4$

- 3) Bestimmen Sie den Definitions- sowie den Wertebereich und skizzieren Sie den Funktionsgraphen.

a)  $f(x) = 4 - \frac{3}{2 - x}$

b)  $f(x) = \frac{2}{6 + 3x} + 3$

- 4) Bestimmen Sie das kgV und ggT mittels der Primfaktorzerlegung und zusätzlich den ggT mittels Euklid.

a)  $(360; 108)$

b)  $(1260; 1350)$

# POLYNOMDIVISION

1)

**Arithmetik:**

Vereinfachen Sie folgende Ausdrücke soweit als möglich:

a)  $-a + (3 - (b + 5 - (c - 2 + (a + b)))) - (c - 4)$

b)  $(2y + \frac{1}{2}x)(x - 4y) - 8(\frac{1}{4}x + y)^2$

2)

$$(2a^2 - 10ab + 3ac - 12bc - 9c^2 + 12b^2) : (a - 2b + 3c)$$

$$(8x^2y^2 - 14xy^2 - 6xyz + 3y^2 - 3xy^2z + 9yz + 2x^2y^2z) : (2xy - 3y)$$

3)

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6 = 0$$

$$2x^3 - 22x = 8x^2 - 60$$

$$x^4 + 3x^3 - 13x^2 - 27x + 36 = 0$$

# BRUCHRECHNUNG I

KgV: Kleinste gemeinsame Vielfache

Hier versucht man durch Primfaktorenzerlegung eine Zahl zu finden, die durch die gegebenen Zahlen teilbar sind.

Dies benötigen Sie um Brüche **gleichnamig** zu machen.

$$\frac{5}{56} = \frac{5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7} = \frac{5 \cdot (3 \cdot 5)}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{75}{840}$$

$$\frac{11}{60} = \frac{11}{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5} = \frac{11 \cdot (2 \cdot 7)}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{154}{840}$$

ggT: größter gemeinsamer Teiler:

Auch hier wird durch die Primzahlen eine Zahl gesucht. Nur diesmal müssen die gegebenen Zahlen durch das Produkt daraus teilbar sein.

Diese Methode wenden wir beim **Kürzen** an.

$$\frac{660}{1848} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11} = \frac{5}{2 \cdot 7} = \frac{5}{14}$$

# BRUCHRECHNUNG II

## Hauptnenner:

Damit Brüche addiert bzw. subtrahiert werden können, müssen diese im ersten Schritt auf den gleichen Nenner (Hauptnenner) gebracht werden, um abschließend die Zähler zusammen zu fassen.

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{2} - \frac{5}{8} = \frac{2}{3} \cdot \frac{8}{8} + \frac{3}{2} \cdot \frac{12}{12} - \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{3} = \frac{16 + 36 - 15}{24} = \frac{37}{24}$$

## Doppelbruch:

Bei einem Doppelbruch handelt es sich im Grunde genommen um eine Division von zwei Bruchtermen. Zur Berechnung werden der Zähler / Nenner im ersten Schritt in einen reinen Bruch umgewandelt und abschließend wird der Zähler mit dem Kehrwert des Nenners multipliziert.

$$\frac{\frac{4}{5} - \frac{2}{3}}{\frac{1}{9} + \frac{4}{6}} = \frac{\frac{12 - 10}{15}}{\frac{2 + 12}{18}} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{14}{18}} = \frac{2}{15} \cdot \frac{18}{14} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7} = \frac{6}{35}$$

## BRUCHRECHNUNG III

Eine rationale, endliche Zahl wird in einen Bruch verwandelt, in dem man den Teil hinter dem Komma als separaten Bruch darstellt und diesen dann mit dem ganzen Teil der Zahl addiert.

$$8,375 = 8 + 0,375 = 8 + \frac{375}{1000} = 8 + \frac{3}{8} = 8\frac{3}{8} = \frac{67}{8}$$

Handelt es sich um eine periodische Zahl, so wird die Zahl vor der Periode getrennt und diese dann in einen Bruch verwandelt und mit dem Rest der Zahl addiert.

$$4,1\overline{66666666} \dots = 4,1\overline{6} = 4,1 + 0,1\overline{6} = \frac{41}{10} + \frac{6}{90} = \frac{125}{30}$$



Kürzen Sie die Brüche soweit als möglich und geben Sie das Ergebnis als Dezimalzahl an?

$$\frac{48}{1188} \text{ b) } \quad \frac{312}{54} \quad \text{c) } \quad \frac{1688}{792}$$

Wandeln Sie die gegebenen Dezimalzahlen in einen Bruch um und Kürzen diesen wenn möglich.

$$2,0\bar{5} \text{ b) } \quad 8,0\bar{12} \quad \text{c) } \quad 1,625$$

Bestimmen Sie das Ergebnis der Aufgaben, in dem Sie die Brüche erweitern und zusammenfassen.

$$\frac{2}{5} - \frac{5}{3} + \frac{7}{2} + 2 \quad \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{4}{3} + \frac{4}{5} \right) - \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{6} \right) \quad \left( \frac{5}{2} + \frac{2}{3} \right) \div \left( 3 + \frac{7}{4} \right)$$

Fassen Sie den Doppelbruch soweit als möglich zusammen.

$$\frac{\frac{4}{7} - \frac{5}{6}}{\frac{9}{14} + \frac{5}{3}} \quad \frac{\frac{2}{5} + \frac{4}{3}}{\frac{4}{5} - \frac{10}{13}} \quad \frac{\frac{2}{9} + \frac{3}{4}}{\frac{4}{3} - \frac{1}{2}}$$

1) Berechnen Sie das Ergebnis mit Hilfe der Binomischen Formeln.

$$(2x - 4y)^2 \cdot (2y + x)^2$$
$$48 \cdot \left(0,5x^2 - \frac{1}{3}\right)^2 - 8 \left(\frac{1}{4}x - 2y\right) \cdot \left(\frac{1}{4}x + 2y\right)$$
$$12 \cdot \left(-\frac{2}{3} + 6x\right)^2 \cdot ((3 - 4x) - 2(5 - 2x))$$

2) Entfernen Sie den Wurzelterm aus dem Nenner.

$$\frac{x-2}{5-2\cdot\sqrt{3x-5}} \quad \frac{\sqrt{x}}{3\cdot\sqrt{2x}+\sqrt{4-x}}$$

3) Bestimmen Sie die Lösung der Aufgaben mit Hilfe des Pascall'schenDreiecks

$$(2x - y)^5 \left(-\frac{1}{2}x - 4\right)^4$$

Ü 4.5.25 Kürze: a)  $\frac{49a^2-14ac+c^2}{14a-2c}$ ; b)  $\frac{28u^2-63v^2}{12u^2+36uv+27v^2}$ ; c)  $\frac{9x^2-25v^2}{3x+5v}$ ;  
 \* d)  $\frac{4+4c+c^2}{c+2}$ ; e)  $\frac{9u^2-6u+1}{9u^2-1}$ ; f)  $\frac{27ad+18bd}{81a^2-36b^2}$ ; ~~g)  $\frac{x+x^2}{x^2-1}$~~ ;  
 \* h)  $\frac{ax^2-ay^2}{2ax-3ay}$ .  
 \*

Ü 4.5.26 Addiere: a)  $\frac{5}{6} + \frac{4}{15} - \frac{1}{10}$ ; b)  $\frac{3}{4} + \frac{1}{7} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6} - \frac{4}{21}$ ;  
 \* c)  $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ ; d)  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} - 2$ ; e)  $\frac{u-v}{uv} - \frac{u-w}{uw} + \frac{v-w}{vw}$ ; f)  $\frac{a-b}{a+b} - \frac{a}{a-b}$ ;  
 \* g)  $\frac{1}{c+2} - \frac{1}{3a} + \frac{2b+1}{6ab}$ ; h)  $\frac{2u^2-13v^2}{(2u-5v)^2} - \frac{2u+5v}{4u-10v}$ ; i)  $\frac{4x-5}{2x-2} - \frac{6x+1}{3x-4}$ ;  
 \* k)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}$ ; l)  $\frac{x}{4x-8} - \frac{2x}{3x+6} + \frac{2x^2-9x}{5x^2-20}$  ~~⊗~~  
 \*

Ü 4.5.27 Berechne: a)  $\frac{2}{7} : \frac{8}{21}$ ; b)  $\frac{19}{27} : \frac{38}{63}$ ; c)  $\frac{28ac}{9bd} : \frac{7ab}{12cd}$  ~~⊗~~  
 \* d)  $\frac{4xy}{7z} : \frac{8xy}{21z}$ ; e)  $\frac{4u^2-16v^2}{3(u+v)} : \frac{2u-4v}{3u+6v}$ .  
 \*

Ü 4.5.28 Vereinfache: a)  $\frac{\frac{x}{y} + 1}{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}}$ ; b)  $\frac{\frac{a}{b} + 1}{\frac{a}{b} + 2 + \frac{b}{a}}$  ~~x~~; c)  $\frac{\frac{1}{a+b} - \frac{1}{a-b}}{1 - \frac{a}{a-b}}$ .  
 \*  
 \*  
 \*

Welche neuen Begriffe habe ich kennen gelernt?