MATHEMATIK

07.02.2019

VOKABELN VOM 04.02.2019

- Integral (unbestimmt)
- Integral (bestimmt)
- Integrandfunktion
- Stammfunktion
- goldene Regeln

WIEDERHOLUNG

Diese Fragen sollten Sie auch ohne Skript beantworten können:

- ✓ Was sucht man bei einem bestimmten Integral?
- ✓ Wann handelt es sich um ein unbestimmtes Integral?
- ✓ Was sind die wichtigsten Regeln der Integration?
- ✓ Was versteht man unter einer Integrandfunktion?
- ✓ Wie bestimmen Sie die Flächen einer Funktion bei gegebenen Grenzen?
- ✓ Was verstehen Sie unter der Aufleitung einer Potenzfunktion?
- ✓ Wie berechnet man die Fläche zwischen Funktion und x-Achse?
- ✓ Was machen Sie bei mehreren Nullstellen?

ZIELSETZUNG

Themen, die Sie nach dieser Veranstaltung kennen sollten:

- ✓ Aufgaben und Anwendungen der Integralrechnung.
- ✓ Wann sprechen wir von einem endlichen Integral?
- ✓ Was ist der Grenzwert eines Integrals?
- ✓ Kombination von Funktion und Ableitung als Integrandausdruck.
- ✓ Was ist eine reduzierende/ alternierende Funktion
- ✓ Wie funktioniert die partielle Integration?
- ✓ Allgemeingültige Methodik zur Integralberechnung
- ✓ Aufgaben und Übungen zu den benannten Themen.

AUFGABEN

1) Bestimmen Sie von den folgenden Funktionen die zugehörige Stammfunktion.

a) $f(x) = x^5 - \frac{2}{5}x^2 - 5\sqrt[3]{x} + 2{,}5$

b) $g(x) = \frac{4}{x^4} + \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{2x}$

2) Bestimmen Sie die Fläche die von der Funktion und der x-Achse eingeschlossen wird.

a) $g(x) = x^2 - x - 2 \wedge x - Achse$

3) Berechnen Sie die Nullstellen der Integrandfunktion und geben anschließend den Flächeninhalt des Integrals an.

a) $\int_0^4 (x^2 + 8x + 15)dx$

b) $\int_{-2}^2 (x^4 - 9x^2)dx$

INTEGRALRECHNUNG V

Die Stammfunktion einer höheren Funktion kann mit folgender Methodik gebildet werden:

1. Die äußere Funktion wird als Nebenrechnung **aufgeleitet**.
2. Diese Testfunktion wird nun **abgeleitet**.
3. Mittels Faktoren kann nun die Ableitung der Stammfunktion **ausgleichen** werden.

Beispiel: $f(x) = 2 \cdot e^{3x+12}$

1. Aufleitung: $G(x) = e^{3x+12}$
2. Ableitung: $g(x) = e^{3x+12} \cdot [3x+12]' = 3 \cdot e^{3x+1}$
3. Ausgleich: $3 \cdot ? = 2$

$$F(x) = \frac{2}{3} \cdot e^{3x+12}$$

Probe: $F'(x) = \frac{2}{3} \cdot e^{3x+12} \cdot [3x+12]' = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot e^{3x+12} = 2 \cdot e^{3x+12} = f(x)$

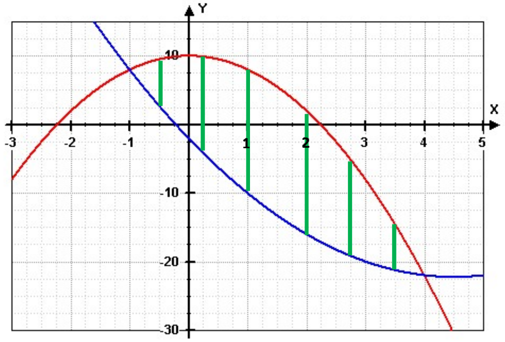
INTEGRALRECHNUNG VI

Um die Fläche **zwischen zwei Funktionen** zu berechnen, bestimmt man das Integral der **Differenzfunktion** innerhalb der existierenden **Nullstellen**.

1. Nullstellenberechnung: $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x_1 = \alpha \vee x_2 = \beta$

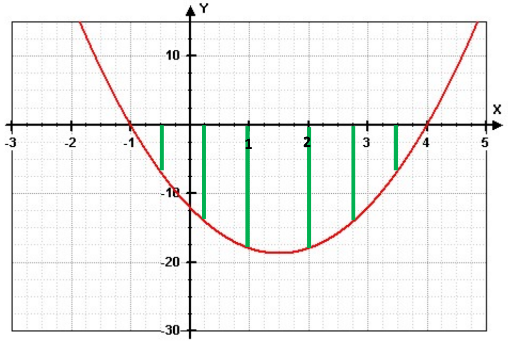
2. Integration der Differenzfunktion: $\int_{\beta}^{\alpha} (f(x) - g(x))dx$

<u>Beispiel</u>: $f(x) = 10 - 2x^2 \wedge g(x) = x^2 - 9x - 2$



1. Nullstellen: $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 10 - 2x^2 = x^2 - 9x - 2$

$$= 3x^2 - 9x - 12 = 3 \cdot (x - 4) \cdot (x + 1) = 0$$



2. Integration: $\int_{-1}^{4} (3x^2 - 9x - 12)\, dx = \left| x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 12x \right|_{-1}^{4}$

$$= |F(4) - F(-1)| = |-56 - 6{,}5| = 62{,}5$$

AUFGABEN

1) Lösen Sie die folgenden Integralgleichungen.

a) $\int_{1}^{z} (3x^2 - 3)dx = 4$

2) Bestimmen Sie von den folgenden Funktionen die zugehörige Stammfunktion.

a) $h(x) = 3 - 2 \cdot \sin(5 - 4x)$

b) $k(x) = \sqrt[3]{12 - 0{,}5x}$

3) Bestimmen Sie den Flächeninhalt zwischen den gegebenen Funktionen.

a) $f(x) = x^2 - 3x + 5 \wedge g(x) = 2x + 1$

b) $f(x) = x \cdot (x^2 - x) \wedge g(x) = x^2 + x - 2$