

Vokabel	Bedeutung
Integral (unbestimmt)	<p>Bei einem Integral wird generell eine Fläche gesucht. Stehen an dem Integalsymbol keine Grenzen, so wird lediglich die Stammfunktion gesucht. Man muss darauf achten am Ende der gesuchten Funktion eine Integralkonstante C hinzu zu fügen.</p> $\int f(x)dx = F(x) + C$
Integral (bestimmt)	<p>Werden bei dem Integralsymbol Grenzen angegeben, so spricht man von einem bestimmten Integral, so dass man den Wert der Fläche zwischen diesen Grenzen bestimmen kann. Es wird die obere Grenze bzw. die untere Grenze in die Stammfunktion eingesetzt und anschließend die Differenz gebildet.</p> $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
Integrandfunktion	<p>Ist die Funktion, die direkt hinter dem Integralsymbol steht. Über das dx wird angegeben nach welcher Variablen zu integrieren ist.</p>
Stammfunktion	<p>Beschreibt im Grunde genommen die Aufleitung, die dadurch berechnet wird, dass der Exponent um 1 erhöht wird und dieser neue Exponent im Nenner der Zahl davor eingetragen wird. Zusätzlich muss immer die Ableitung der Stammfunktion die Integrandfunktion ergeben (Überprüfung der Richtigkeit)</p> $f(x) = a \cdot x^n \rightarrow F(x) = \frac{a}{n+1} \cdot x^{n+1}$
goldene Regeln	<p>Im Wesentlichen gibt es zwei Regeln, die man immer beachten muss:</p> <ul style="list-style-type: none"> • <u>Negative Flächen:</u> Da es keine negativen Flächen gibt, setzt man, sollte dies während der Rechnung geschehen, Betragsstriche, um die Fläche positiv zu bekommen. • <u>Nullstellen:</u> Man darf niemals über Nullstellen hinweg integrieren, da sonst die Flächen miteinander verrechnet würden. Von daher werden als erstes die Nullstellen der Integrandfunktion ermittelt. Sollten diese innerhalb der Integralgrenzen liegen muss das Integral aufgeteilt werden.

$$1) a) f(x) = x^5 - \frac{2}{5}x^2 - 5 \cdot x^{\frac{1}{3}} + 2,5$$

$$F(x) = \frac{1}{6}x^6 - \frac{2}{15}x^3 - \frac{15}{4}x^{\frac{4}{3}} + 2,5x + C$$

$$b) g(x) = 4 \cdot x^{-4} + 2 \cdot x^{-\frac{1}{2}} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x}$$

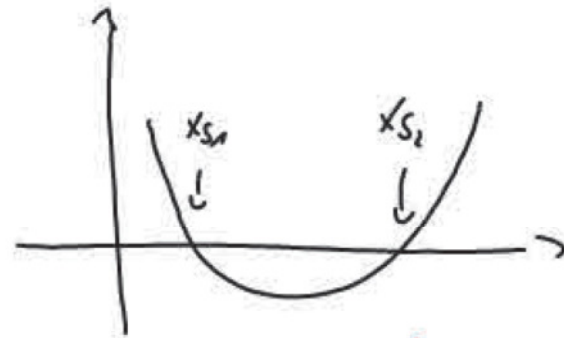
$$= -\frac{4}{3}x^{-3} + 4x^{\frac{1}{2}} + \frac{3}{2}\ln x$$

$$= -\frac{4}{3x^3} + 4 \cdot \sqrt{x} + \ln \sqrt{x^3} + C$$

1. Grenzen suchen

2) $f(x) = x^2 - x - 2$

$f(x) = 0 = (x-2) \cdot (x+1)$
 $x_1 = 2 \vee x_2 = -1$



$\int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx = |G(2) - G(-1)| = \left| -\frac{10}{3} - \frac{7}{6} \right| = \left| -\frac{27}{6} \right|$
2. Integral
3. Δ Stammfkt.
L. FE Subst.
 $= | -4,5 |$

$G(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x$ 4. Stammfkt.
4,5 FE ✓✓

$G(2) = \frac{8}{3} - 2 - 4 = -\frac{10}{3}$

$G(-1) = -\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2 = \frac{7}{6}$

} 5. Einsetzen

$$3) a) \int_0^4 \underbrace{(x^2 + 8x + 15)}_{=0} dx = F(4) - F(0) = 145 \frac{1}{3} - 0$$

$$x^2 + 8x + 15 = (x+5) \cdot (x+3) = 0$$

$$(x_1 = -5 \vee x_2 = -3) \notin [0; 4]$$

$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 4x^2 + 15x$$

$$F(4) = \frac{64}{3} + 64 + 60 = 21 \frac{1}{3} + 124 = 145 \frac{1}{3}$$

$$F(0) = 0$$

$$5) \int_{-2}^2 (x^4 - 9x^2) dx = 2 \cdot \frac{88}{5} = \frac{176}{5} = 35 \frac{1}{5}$$

$$0 = x^2(x^2 - 9) = x^2 \cdot (x-3)(x+3)$$

$$f(x) = x^4 - 9x^2$$

Achsensymmetrie

$$x_1 = 0 \cup x_{2/3} = \pm 3$$

$\in [-2; 2]$ $\in [-2; 2]$

$$\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = 2 \cdot \int_0^2 f(x) dx$$

$$F(x) = \frac{1}{5}x^5 - \frac{9}{3}x^3 = \frac{1}{5}x^5 - 3x^3$$

$$F(2) = \frac{32}{5} - 24 = \frac{32 - 120}{5} = -\frac{88}{5}$$

c) $f(x) = 5 \cdot \boxed{e^{4-2x}}$

$u(x) = \underline{e^{4-2x}}$

$g(x) = e^{4-2x} \cdot \boxed{(-2)}$

$F(x) = -5/2 \cdot e^{4-2x}$

d) $f(x) = 3 \cdot \sin(2 + \frac{1}{2}x)$ $F(x) = -6 \cdot \cos(2 + \frac{1}{2}x)$

$u(x) = \cos(2 + \frac{1}{2}x)$

$g(x) = -\sin(2 + \frac{1}{2}x) \cdot (+\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} \sin(2 + \frac{1}{2}x)$

$$f(x) = \frac{5}{\sqrt[3]{2x-7}} = 5 \cdot (2x-7)^{-1/3}$$

$$G(x) = (2x-7)^{2/3}$$

$$g(x) = \frac{2}{3} \cdot (2x-7)^{-1/3} \cdot 2$$

$$= \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{2x-7}}$$

$$F(x) = \frac{11}{4} \cdot \sqrt[3]{(2x-7)^2}$$