

Vokabel	Bedeutung
Ausgangsfunktion	$f(x)$ beschreibt die y-Koordinate an einer Stelle x . Dadurch erhält man einen Punkt $(x; y)$. Nutzt man die Ausgangsfunktion so kann man u.a. die Schnittpunkte mit den Achsen, die Symmetrie , die Grenzwerte und auch den Definitionsbereich bestimmen.
erste Ableitung	Mit $f'(x)$ berechnet man die Steigung an jeder differenzierbaren Stelle der Funktion. Dadurch werden demzufolge Hoch- sowie Tiefpunkte oder auch das Monotonieverhalten berechnet.
zweite Ableitung	$f''(x)$ dient zur Bestimmung der Krümmung . Ist diese größer als Null , so dreht der Graph rechts herum, ist sie kleiner als Null , so links herum. Demzufolge kann mit ihr der Extrempunkt klassifiziert oder auch die Wendestelle errechnet werden.
Potenzterme	Hat man einen reinen Potenzterm vor sich, so wird die Ableitung dadurch gebildet, dass man den alten Exponenten nach vorne zieht und im Exponenten Eins abzieht .
Produktregel	Handelt es sich um zwei unterschiedliche Arten von Funktionen, die mittels Produkt miteinander verbunden sind, dann wird die Ableitung durch Produktregel gebildet: $f(x) = g(x) \cdot h(x)$ $f'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)$
Quotientenregel	Handelt es sich um zwei unterschiedliche Arten von Funktionen, die durch eine Division miteinander verbunden sind, dann wird die Ableitung durch Quotientenregel gebildet: $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{g'(x) \cdot h(x) - g(x) \cdot h'(x)}{(h(x))^2}$
Tangente	Eine Tangente ist eine Gerade, die einen Graphen nur in einem Punkt berührt , d.h. hier ist die Steigung als auch die y-Koordinate identisch mit dem der Funktion.
Sekante	Eine Sekante schneidet bzw. berührt einen Funktionsgraphen in mindestens zwei Punkten. Hier wären nur die y-Koordinaten gleich, so dass man die Geradengleichung mittels Steigungsdreieck berechnen würde.
Geradengleichung	Die allgemeine Form einer Geraden ist definiert durch $y = m \cdot x + b$. Dabei steht m für die Steigung und b für den Achsenabschnitt (Schnittpunkt mit der y-Achse)

$$272 \quad \text{An. 1) } f(x) = \frac{3}{\sqrt{x^{5/2}}} + 2 \cdot \sqrt[3]{x^4}$$

$$= 3 \cdot x^{-5/2} + 2 \cdot x^{4/3}$$

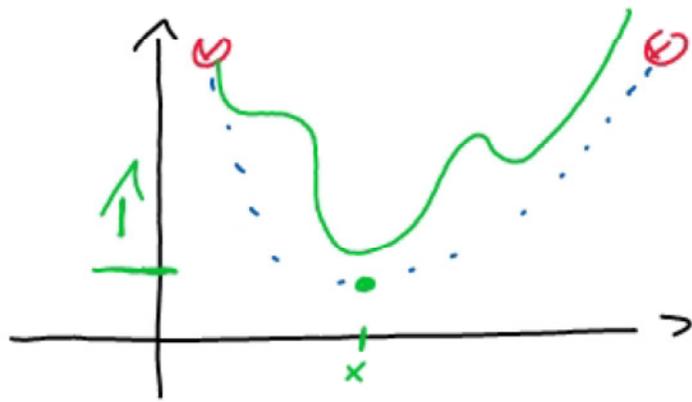
$$f'(x) = 3 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) x^{-7/2} + 2 \cdot \frac{4}{3} x^{1/3}$$

$$= -\frac{15}{2 \cdot \sqrt{x^7}} + \frac{8}{3} \sqrt[3]{x}$$

$$\text{II) } \left. \begin{array}{l} \rightarrow \frac{3}{\sqrt{x^{5/2}}} : \frac{\infty}{0} \text{ f. } x < 0 \\ \rightarrow \sqrt{x^{5/2}} = \sqrt{x^2} \text{ f. } x \geq 0 \end{array} \right\} \text{II} = \mathbb{R}^+$$

$$\text{Iw: } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \left[\frac{3}{0} + 2 \cdot 0 \right] = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \left[\frac{3}{\infty} + 2 \cdot \infty \right] = \infty$$



$$f'(x) = 0 = -\frac{15}{2\sqrt{x^7}} + \frac{8}{3} \cdot 3\sqrt{x} \quad | + \frac{15}{2\sqrt{x^7}}$$

$$\frac{15}{2\sqrt{x^7}} = \frac{8}{3} \cdot 3\sqrt{x} \quad | \cdot \sqrt{x^7} \cdot \frac{3}{8}$$

$$\frac{45}{16} = \sqrt{x^7} \cdot 3\sqrt{x} = x^{7/2} \cdot x^{1/2} = x^{23/6} \quad | \uparrow^{6/23}$$

$$x_E = \sqrt[23]{\left(\frac{45}{16}\right)^6} \Rightarrow W = \mathbb{R}^2 \setminus f(x_E)$$

$$2) f(x) = \frac{2}{x^6} + 5 \cdot \frac{1}{x^3} = 2 \cdot x^{-6} + 5 \cdot x^{-3} \quad \mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

$$f'(x) = -12 \cdot x^{-2} - 15 \cdot x^{-4} = -\frac{12}{x^2} - \frac{15}{x^4}$$

$$3) f(x) = 2 \cdot \cos^2(x) = \boxed{2 \cdot \cos(x)} \cdot \boxed{\cos(x)}$$

$$f'(x) = 2 \cdot (-\sin(x)) \cos(x) + 2 \cdot \cos(x) \cdot (-\sin(x))$$

$$= -4 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{R}$$

Kettenregel : $[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Potenzfunktion : $[x^n]' = n \cdot x^{n-1} \cdot x'$

$$\begin{aligned} [(x^2 - 5)^3]' &= 3 \cdot (x^2 - 5)^{3-1} \cdot (x^2 - 5)' \\ &= 3 \cdot (x^2 - 5)^2 \cdot 2x \\ &= 6x \cdot (x^2 - 5)^2 \end{aligned}$$

$$f(x) = 2 \cdot \cos^2(x) = 2 \cdot [\cos(x)]^2$$

$$f'(x) = 2 \cdot 2 \cdot [\cos(x)]^1 \cdot (\cos(x))' = 4 \cdot \cos(x) \cdot (-\sin(x))$$

Exponential function: $[e^{\heartsuit}]' = e^{\heartsuit} \cdot \heartsuit'$

$$[e^{\sqrt{x}}]' = e^{\sqrt{x}} \cdot (\sqrt{x})' = \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$$

$$(42^x)' = [(e^{\ln 42})^x]' = [e^{\ln 42 \cdot x}]'$$

$$e^{\ln 42 \cdot x} \cdot (\ln 42 \cdot x)'$$

$$42^x \cdot \ln 42$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

Trigonometrische Funktion: $[\sin(u)]' = \cos(u) \cdot u'$

$$[\cos(u)]' = -\sin(u) \cdot u'$$

$$[\cos(4x-3x^2)]' = -\sin(4x-3x^2) \cdot (4x-3x^2)'$$

$$\Rightarrow -\sin(4x-3x^2) \cdot (4-6x)$$

Logarithmische Funktion: $[\ln(u)]' = \frac{1}{u} \cdot u'$

$$[\ln(\sin(x))]'' = \frac{1}{\sin(x)} \cdot (\sin(x))'$$

$$\Rightarrow \frac{\cos(x)}{\sin(x)} = \cot(x)$$

$$1) f(x) = 2 \cdot \sin(3x^3 - 5\sqrt{x}) \quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2 \cdot \cos(3x^3 - 5\sqrt{x}) \cdot (3x^3 - 5\sqrt{x})' \\ &= 2 \cdot \cos(3x^3 - 5\sqrt{x}) \cdot \left(9x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}}\right) \end{aligned}$$

$$2) f(x) = \ln\left(\frac{3}{x^3}\right)$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{\frac{3}{x^3}} \cdot \left(\frac{3}{x^3}\right)' = \frac{x^3}{3} \cdot (3x^{-3})' \\ &= \frac{x^3}{3} \cdot (-9x^{-4}) = \frac{x^3}{3} \cdot \left(-\frac{9}{x^4}\right) = -\frac{3}{x} \end{aligned}$$