<table>
<tr><th>Vokabel</th><th>Bedeutung</th></tr>
<tr><td>Asymptoten</td><td>Dabei handelt es sich um eine Annäherungsfunktion, sprich es wird eine Linie erzeugt, an der sich der Funktionsgraph so nahe als möglich annähert:

<table>
<tr><th></th><th>$\boldsymbol{f(x) \to \pm\infty}$</th><th>$\boldsymbol{f(x) \to k}$</th></tr>
<tr><td>$\boldsymbol{x \to k}$</td><td>senkrechte Asymptote</td><td>behebbare Lücke</td></tr>
<tr><td>$\boldsymbol{x \to \pm\infty}$</td><td>diagonale Asymptote</td><td>waagerechte Asymptote</td></tr>
</table>

Diese Interpretation der Grenzwerte ermöglich es, den Graphen sehr gut skizzieren zu können.</td></tr>
<tr><td>Ersatzfunktion</td><td>Wird bei einer Funktion ein Linearfaktor gekürzt, so entspricht dies dem Wegfallen einer Definitionslücke.
Den entstehenden Ausdruck nennt man Ersatzfunktion.</td></tr>
<tr><td>Achsenschnittpunkte</td><td>Eine Funktion kann max. einen Schnittpunkt mit der y-Achse und beliebige viele mit der x-Achse besitzen.

• y-Achse (Achsenabschnitt): $f(0) = \cdots$

• x-Achse (Nullstelle(n)): $f(x) = 0$</td></tr>
<tr><td>Stetigkeit</td><td>Eine Funktion ist nur dann stetig, wenn man sie in einem, d.h. ohne Absetzen des Stiftes zeichnen kann.

Zum Prüfen testet man, ob der links- und rechtsseitige Grenzwert der Funktion mit dem Funktionswert an der betrachteten Stelle identisch ist:

$$\lim_{x \to \alpha^+} f(x) = \lim_{x \to \alpha^-} f(x) = f(\alpha)$$
Stetige Funktionen haben keine Sprungstelle.</td></tr>
<tr><td>Gauß-Funktion</td><td>Dabei handelt es sich um eine Abrundungsfunktion, d.h. jeder eingesetzte Wert wird auf die nächstkleinere ganze Zahl abgerundet.
Dadurch entsteht eine Stufenfunktion, die bei jedem Übergang nicht stetig und somit auch nicht differenzierbar ist.</td></tr>
<tr><td>Signum-Funktion</td><td>Sie wird auch Vorzeichenfunktion genannt, da sie zu jeder eingesetzten Zahl nur das Vorzeichen als Ergebnis liefert.
Da sie an der Stelle $x = 0$ auch eine Sprungstelle hat, ist sie dort weder stetig noch differenzierbar.</td></tr>
</table>

Differenzierbarkeit	Eine Funktion ist nur dann differenzierbar, wenn man sie in einem, d.h. **ohne Stopp zeichnen** kann. Zum Prüfen testet man, ob der **links**- und **rechtsseitige** Grenzwert der **ersten Ableitung** mit dem **Ableitungsswert** an der betrachteten Stelle identisch ist: $$\lim_{x \to \alpha^+} f'(x) = \lim_{x \to \alpha^-} f'(x) = f'(\alpha)$$ *Differenzierbare Funktionen haben keinen Knick.*
Differenzenquotient	Wie der Name schon sagt, handelt es sich um einen **Bruch**, der im Nenner / Zähler jeweils **Differenzen** stehen hat. Ursprünglich kommt der Differenzenquotient bei der Bestimmung des **Steigungsdreiecks**: $$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = m$$
Betragsfunktion	Der Betrag einer Zahl ist **immer positiv**, so dass bei einem Graphen der Bereich unterhalb der x-Achse nicht existieren kann und somit nach oben gespiegelt wird. An der Stelle auf der x-Achse entsteht somit ein **Knick** und die Funktion ist dort zwar **stetig** aber **nicht differenzierbar**.
Gesplittete Funktion	Eine gesplittete Funktion ist auf **mehr als einen Bereich definiert**, so dass diese an der Stelle des Übergangs interessant sind. $$f(x) = \begin{cases} g(x); x \geq a \\ h(x); x < a \end{cases}$$ Wenn an der Stelle $x = a$ die Funktion $f(x)$ stetig und differenzierbar ist, so handelt es sich um einen **sanften Übergang**, d.h. man merkt quasi nicht auf welcher Funktion man gerade ist.

S 252 Nr. 1

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot x + b & ; x < 1 \\ x - a \cdot x^2 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = f(1) \\ \underline{1 - a \cdot 1^2} = a \cdot 1 + b = \underline{1 - a \cdot 1^2} \end{array}\right\} \begin{array}{l} 1 - a = a + b \\ 1 - 2a = b \end{array}$$

$$1 - \tfrac{2}{3} = \tfrac{1}{3} = b$$

$$f'(x) = \begin{cases} a & ; x < 1 \\ 1 - 2ax & ; x \geq 1 \end{cases}$$

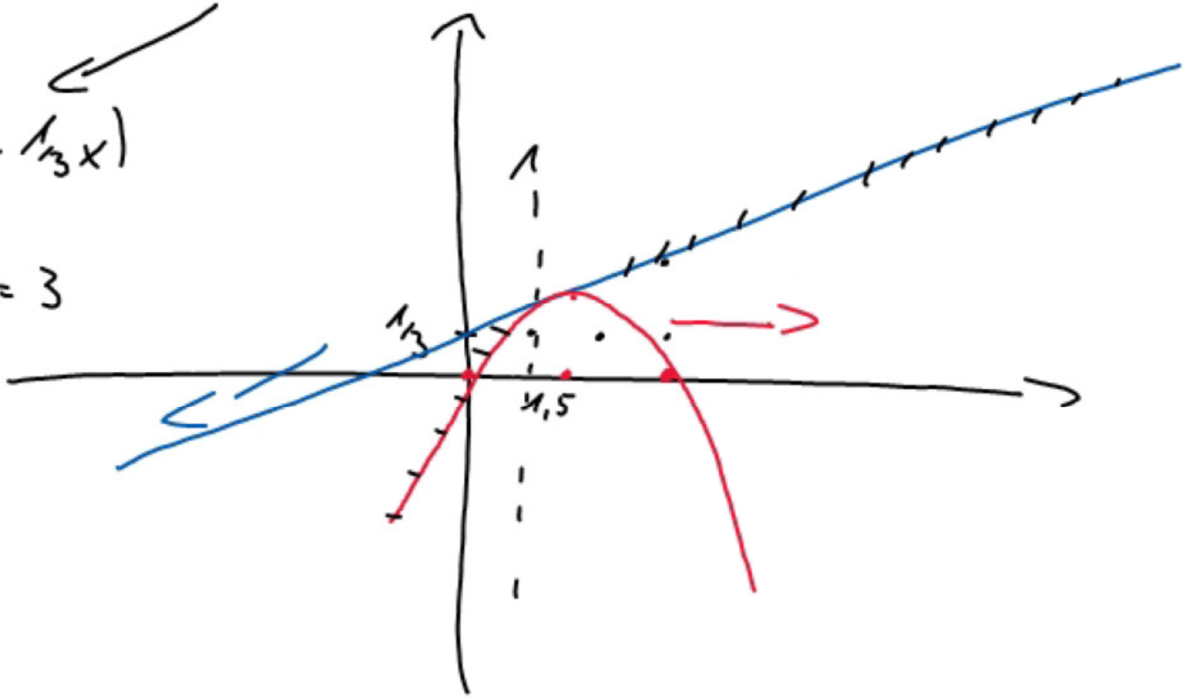
$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 1^+} f'(x) = \lim\limits_{x \to 1^-} f'(x) = f'(1) \\ \underline{1 - 2a \cdot 1} = a = \underline{1 - 2a \cdot 1} \end{array}\right\} \begin{array}{l} 1 - 2a = a \\ a = \tfrac{1}{3} \end{array}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} & ; \; x < 1 \\ x - \frac{1}{3}x^2 & ; \; x \geq 1 \end{cases}$$

$$x \cdot \left(1 - \frac{1}{3}x\right)$$

$$\downarrow$$

$$x_1 = 0 \; \vee \; x_2 = 3$$



Symmetrie - Baum

$$
\begin{tikzcd}[column sep=small]
 & f(x) = f(-x)\ ? \arrow[dl, "j"'] \arrow[d, "n"] \arrow[d, bend left=60, "\cdot(-1)"] & \\
\text{Achsensym.} & f(x) = -f(-x) \arrow[dl, "j"'] \arrow[d, "n"] & \\
\text{Punktsym.} & \{\} &
\end{tikzcd}
$$

$$f(x) = \frac{x^4 - 2x^2 - 6}{3x}$$

$$f(-x) = \frac{(-x)^4 - 2\cdot(-x)^2 - 6}{3\cdot(-x)}$$

$$= \underbrace{\frac{x^4 - 2x^2 - 6}{-3x}}_{\cdot(-1)}$$

$$-f(-x) = -1 \cdot \frac{x^4 - 2x^2 - 6}{-3x}$$

$$= \frac{x^4 - 2x^2 - 6}{3x}$$

$$= f(x)$$

Punktsymmetrie $\Longleftarrow$