Vokabel	**Bedeutung**
$\epsilon -$ Umgebung	Darunter versteht man ein **hauchdünnes Intervall**, das um den Grenzwert herum aufgespannt wird und in dem sich der Ausdruck bzw. die Funktion befindet – <u>Isolierung Klingeldraht</u>. Dadurch darf der Grenzwert in diesem definierten Bereich **über-** bzw. **unterschritten** werden.
Grenzen des Definitionsbereichs	Eine Grenzwertbetrachtung mach nur an den **Rändern** des Definitionsbereichs Sinn, d.h. am Häufigsten ist dies $\pm\infty$. Handelt es sich um eine Funktion mit **Definitionslücken**, so wird der Grenzwert an der nicht definierten Zahl **von beiden Seiten** her betrachtet.
Annäherung einer Zahl	Ist eine Funktion **konvergent**, so strebt diese **(**$\pm\infty$**)** einen Wert an. Dies kann von oben bzw. unten geschehen und wird durch ein $\pm$ im Exponenten dargestellt **(+ oben, - unten)**. Soll der Grenzwert gegen eine bestimmte **Zahl** berechnet werden so kann auch diese von links / rechts angesteuert werden. Auch diese Annäherungskennzeichen erfolgt durch ein $\pm$ im Exponenten **(+ rechts, - links).**
Faustregel (0; ∞)	$\frac{konstant}{0} = \infty$ und $\frac{konstant}{\infty} = 0$
Erweiterung 3. Binom	Für den Fall, dass durch Einsetzen der Grenze $\frac{0}{0}$ entsteht, kann der somit entstehende **Linearfaktor** <u>immer</u> gekürzt werden. Sofern in einem Ausdruck eine **Wurzel in einer Summe** des Nenners/ Zählers steht, so kann diese mittels **Erweiterung** mit dem **3. Binom** beseitigt werden. Hierbei muss nach dem Zusammenfassen stets der zu kürzende Linearfaktor entstehen.
Gebrochen-Rationaler Ausdruck	Ein gebrochen rationaler Ausdruck hat immer mindestens eine **Definitionslücke**, da somit die Funktion unterbrochen wird. Handelt es sich um einen Bruch aus ganzrationalen Polynomen, so kann man **zwei Grenzwerte** unterscheiden: • $x \to \pm\infty$: **Ausklammern** des höchsten Exponenten • $x \to Zahl$: Einsetzen, Ergebnis bestimmen und ggf. Faustregel anwenden. Für den Fall $\frac{0}{0}$ **Polynomdivision** und kürzen**.**

Vokabel	Bedeutung
Regel von L'Hospital	Für den Fall, dass durch Einsetzen der Grenze $\frac{\mathbf{0}}{\mathbf{0}}$ entsteht, gilt: $$\lim_{x \to k} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to k} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$
Dominanzprinzip	Für den Fall, dass durch das Einsetzen der Grenze der Ausdruck $\infty \cdot \mathbf{0}$ entsteht, kann man durch Bestimmung der **stärkeren** (steileren) Funktion bestimmen, ob ∞ **dominant** oder die 0 es ist. Dies kann durch **Vergleich der Art** (exponentiell, linear) oder auch der **ersten Ableitung** geschehen.

S 232 Nr. 1) $(x+4)$

$$\lim_{x\to(-4)} \frac{2x+8}{\sqrt{8-2x}-(8+x)} = \frac{0}{0}$$

$$\frac{2\cdot(x+4)}{\sqrt{8-2x}-(8+x)} \cdot \frac{\sqrt{8-2x}+(8+x)}{\sqrt{8-2x}+(8+x)}$$

$$(a \quad - \quad b)\cdot(a \quad + b)$$

$$\frac{2\cdot\overline{(x+4)}\cdot\left[\sqrt{8-2x}+(8+x)\right]}{\underset{a^2}{(8-2x)} \underset{-}{-} \underset{b^2}{(8+x)^2}}$$

$$8-2x-(64+16x+x^2) = -x^2-18x-56$$

$$-(x^2+18x+56) = -\underline{(x+4)}(x+14)$$

$$\lim_{x\to(-4)} \frac{2\cdot\left[\sqrt{8-2x}+(8+x)\right]}{-(x+14)} = \frac{2\cdot(\sqrt{16}+4)}{-10} = -1{,}6$$

$$\lim_{x \to -4} \frac{2x+8}{\sqrt{8-2x} - (8+x)}$$

$$\left(\sqrt{\heartsuit}\right)' = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\heartsuit}} \cdot \heartsuit'$$

$$\hookrightarrow \left(\sqrt{8-2x}\right)' = \underbrace{\frac{1}{2 \cdot \sqrt{8-2x}} \cdot \underbrace{(8-2x)'}_{-2}}_{-\frac{1}{\sqrt{8-2x}}}$$

L'Hospital

$$\lim_{x \to (-4)} \frac{2}{-\frac{1}{\sqrt{8-2x}} - 1} = \frac{2}{-\frac{1}{4} - 1} = \frac{2}{-\frac{5}{4}} = -\frac{8}{5}$$

$$= -1{,}6$$

2) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x^3-2x^2-12x+16}{x^2+x-20} = \dfrac{0}{0}$

L'Hospital $\quad \lim\limits_{x \to 4} \dfrac{3x^2-4x-12}{2x+1} = \dfrac{48-16-12}{8+1} = \dfrac{20}{9}$

Faktorisierung $(x-4)$

$$
\begin{array}{l}
(x^3-2x^2-12x+16) : (x-4) = x^2+2x-4 \\
-(x^3-4x^2) \\
\quad / \quad 2x^2-12x+16 \\
\quad -(2x^2-8x) \\
\qquad / \quad -4x+16 \\
\qquad -(-4x+16) \\
\qquad\quad / \quad /
\end{array}
$$

$$\lim_{x \to 4} \frac{(x-4)(x^2+2x-4)}{(x-4)(x+5)}$$

$$\lim_{x \to 4} \frac{x^2+2x-4}{x+5} = \frac{16+8-4}{4+5} = \frac{20}{9}$$

3) $$\lim_{x \to \infty} \left(1 + 5/x\right)^x - \frac{3}{\sqrt[x]{9}} + \left[\frac{2 \cdot \sin(x)}{4x}\right]^2 = e^5 - 3$$

$$e^5 - \frac{3}{1} + \underbrace{\left(\frac{[-1;1]}{2 \cdot \infty}\right)^2}_{\frac{k}{\infty} = 0}$$

$x \to \infty$: $\left(1 + \frac{\beta}{x}\right)^x = e^{\beta}$

$\sqrt[x]{x}$; $\sqrt[x]{k} \to 1$

$\frac{k}{\infty} = 0$