Vokabel	Bedeutung
Partialsumme	Darunter versteht man einen Zahlenbereich, der aus einer Reihe **herausgeschnitten** wird. Dies kann vom ersten zu einem bestimmten Element oder auch zwischen zwei beliebigen Elementen geschehen.
Startwert-Anpassung	Aufgrund der verschiedenen Definitionen/ Formeln von Partialsummen bzw. Grenzwerten von Reihen, stimmt der Startwert nicht immer überein, so dass darauf reagiert werden muss: • **Differenz** von Partialsummen • **Entfernen** der störenden **Folgeglieder** • **Verschiebung** der Grenzen
geometrische Reihe	sind immer **konvergent** $\sum q^k = \frac{1}{1-q}, \lvert q \rvert < 1$ und $\sum \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$
harmonische Reihe	ist **divergent** $\sum \frac{1}{k}$, da sie zu langsam fällt.
spezielle Reihen	Darunter versteht man Reihen, deren Grenzwerte **besondere Werte** annehmen und von mind. einer zusätzlichen Variable abhängen. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \ldots + \frac{x^n}{n!} = e^x$ $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 - \ldots \pm \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sin x$ $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{x^{2k}}{(2k)!} = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 - \ldots \pm \frac{x^{2n}}{(2n)!} = \cos x$

S. 195

a) $3 \cdot \sum \frac{1}{k^2+1} + 2 \cdot \sum \frac{1}{k!}$

<u>VGL:</u> $\frac{1}{k^2+1} < \frac{1}{k^2}$

$\downarrow$

Konvergent $\left(\frac{\pi^2}{6}\right)$

$k^2+1 > k^2$

Q-Satz: $\lim \frac{a_{k+1}}{a_k} < 1$

$$\frac{1/(k+1)!}{1/k!} = \frac{k!}{(k+1)!} = \frac{k!}{(k+1)\cdot k!}$$

$$\lim_{k\to\infty} 1/k+1 = 0 < 1 \checkmark$$

Wert von $2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} 1/k! = 2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1^k}{k!} = 2 \cdot [e-1]$

$= 2e - 2$

b) $\cdot \sum \underline{(-1)^{k+1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{4k+1}}$

$\Rightarrow$ Leibniz $\rightsquigarrow \lim_{k\to\infty} \frac{1}{\sqrt{4k+1}} = \left[\frac{1}{\infty}\right] = 0$

$\Rightarrow$ Nullfolge

c) $\sum \frac{5^{-k+1} \cdot k^2}{3k-2}$ $\quad \sqrt[k]{\frac{5^{-k} \cdot 5^1 \cdot k^2}{3k-2}}$

$\lim_{k\to\infty} \frac{\sqrt[k]{5^{-k}} \cdot \sqrt[k]{5^1} \cdot \sqrt[k]{k^2}}{\sqrt[k]{(3k-2)}} = \frac{5^{-1} \cdot 1 \cdot 1^2}{1} = \frac{1}{5} < 1$

S 198 1)

$$\frac{1}{4} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^{2k+3k^2}}{(2k)!} \qquad \frac{a_{k+1}}{a_k}$$

$$\lim_{k\to\infty} \frac{3^{2\cdot(k+1)+3\cdot(k+1)^2}}{(2\cdot(k+1))!} \cdot \frac{(2k)!}{3^{2k+3k^2}}$$

$$\frac{3^{2k+2+3k^2+6k+3}}{3^{2k+3k^2}} \cdot \frac{(2k)!}{(2k+2)!}$$

$$\frac{\cancel{3^{3k^2}} \cdot 3^{8k} \cdot 3^5}{\cancel{3^{3k^2}} \cdot 3^{2k}} \quad \frac{(2k)!}{(2k+2)(2k+1)(2k)!}$$

$$\lim_{k\to\infty} \frac{3^5 \cdot 3^{6k}}{(2k+2)(2k+1)} \Rightarrow \frac{\text{exponent.}}{\text{quadratisch}} = \infty$$

divergent