Vokabel	**Bedeutung**
Reihe	Unter einer Reihe versteht man das **Produkt** bzw. die **Summe** über einer Folge, d.h. die **Elemente** der Zahlenfolge werden via Plus/ Mal **aneinandergereiht**. Somit gibt es zu jeder eingesetzten Zahl **zwei Ausgabewerte**, die Ausprädung **an** dieser Stelle und den Reihenwert **bis** zu dieser Stelle.
Folgenglied	gibt die **Ausprägung** einer Zahlenfolge an einer bestimmten Position wieder und berechnet sich entweder **explizit** oder **rekursiv**.
Startwert	beschreibt die Zahl, **ab** der eine Reihe **beginnt**. Dieser Wert steht direkt **unterhalb** von dem Reihensymbol und entspricht der Zahl, die beim **Induktionsanfang** geprüft werden muss.
Endwert	beschreibt die Zahl, **bis wohin** die Reihe **läuft**. Dieser Wert steht direkt **oberhalb** von dem Reihensymbol und entspricht der Zahl, die beim **Induktionsschluss** geprüft werden muss.
Summen-/ Produktformel	Um direkt das Ergebnis einer Reihe bestimmen zu können, ohne die einzelnen Folgeglieder addieren/ multiplizieren zu müssen, entwickelt bzw. beweist man einen **Term**, der dies **Ergebnis** liefert. *Summe aller ungeraden Zahlen:* $\sum(2k-1) = n^2$
Induktionsschluss	Hier muss bewiesen werden, dass die Summen-/ Produktformel auch bis zum **(n+1)-ten Element** gültig ist. Man zeigt, dass die Summe bis zum n-ten Element plus das Folgeglied an der Stelle (n+1) identisch mit der Summenformel bis zum (n+1)-ten Element ist. *Summe*: $S_n + a_{n+1} = S_{n+1}$ *Produkt*: $P_n \cdot a_{n+1} = P_{n+1}$

Ungerade Zahlenreihe

$$\sum_{k=1}^{n+1} \Rightarrow 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + \left(2\overset{\substack{n\\ \downarrow}}{n}-1\right) + \left[2\cdot(n+1)-1\right]$$

$$\sum_{k=1}^{n} (2k-1) = \;?$$

$$\left.\begin{aligned}
n=1 \qquad & \sum_{k=1}^{1} (2k-1) = 1 \\
n=2 \qquad & \sum_{k=1}^{2} (2k-1) = 1+3 = 4 \\
n=3 \qquad & \sum_{k=1}^{3} (2k-1) = 1+3+5 = 9
\end{aligned}\right\} \; n^2$$

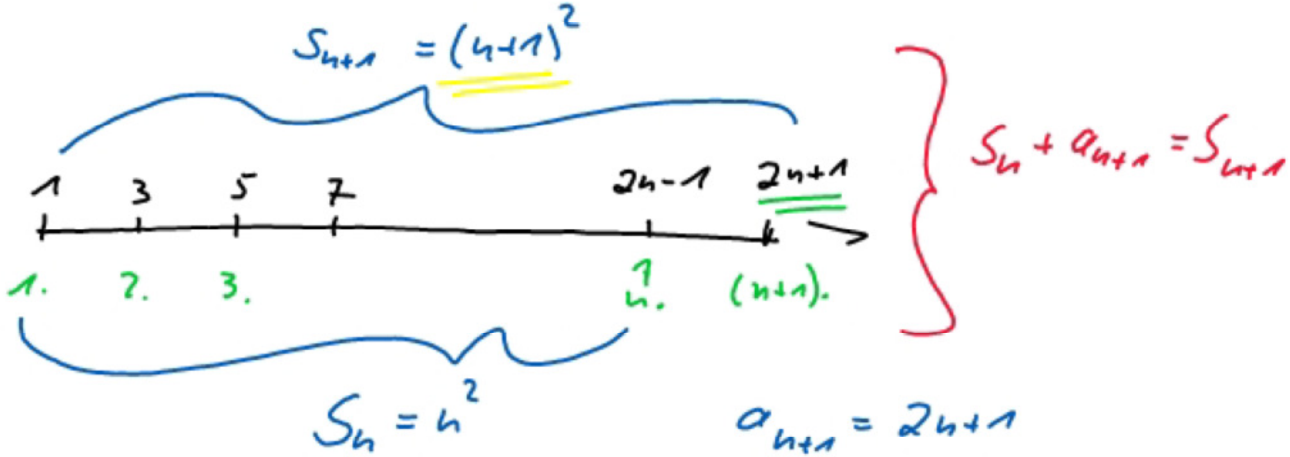
$$\sum_{k=1}^{n} (2k-1) = n^2$$

$$a_k = 2k-1 \quad \longrightarrow \quad a_{n+1} = 2\cdot(n+1)-1 = 2n+1$$

$$S_n = n^2 \quad \longrightarrow \quad S_{n+1} = (n+1)^2$$

$n=1$ $\quad S_1 = a_1 \qquad 1^2 = 2\cdot 1 - 1 \iff 1 = 1$ ✓

$n+1$:



$$\Rightarrow (n+1)^2 = n^2 + 2n + 1 \iff \sigma = \sigma$$ ✓

$$\underbrace{\sum_{k=0}^{n} 5^k}_{a_k} = \underbrace{\frac{5^{n+1}-1}{4}}_{S_n}$$

$n=0$ $\quad 5^0 = 1 = \frac{5^1-1}{4}$

$n=1$ $\quad 5^0 + 5^1 = \frac{5^2-1}{4} = \frac{24}{4} = 6$

$n=0$ $\qquad a_0 = S_0 \qquad 5^0 = 1 = \frac{5^1-4}{4}$ ✓

$n+1$: $\qquad S_n + a_{n+1} = S_{n+1}$

$$\frac{5^{n+1}-1}{4} + 5^{n+1} = \frac{5^{n+2}-1}{4} \quad | \cdot 4$$

$$5^{n+1} \underline{-1} + 4\cdot 5^{n+1} = 5^{n+2} \underline{-1} \quad | +1$$

$$5^{n+1} + 4\cdot 5^{n+1} = 5^{n+1}(1+4) = 5\cdot 5^{n+1} = 5^{n+2}$$

$$x + 4\cdot x = 5\cdot x \qquad 0 = 0$$ ✓

5) $$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left[\frac{n\cdot(n+1)}{2}\right)^2$$

$n=1$: $$1^3 = 1 = \left(\frac{1\cdot 2}{2}\right)^2 = 4/4 \quad ✓$$

$n+1$: $$S_n + a_{n+1} = S_{n+1}$$

$$\left[\frac{n\cdot(n+1)}{2}\right]^2 + (n+1)^3 = \left[\frac{(n+1)\cdot(n+2)}{2}\right]^2$$

$$\frac{n^2\cdot(n+1)^2}{4} + (n+1)^3 = \frac{(n+1)^2\cdot(n+2)^2}{4} \quad | \cdot 4$$

$$n^2\cdot\underline{(n+1)}^2 + 4\cdot\underline{(n+1)^3} = \underline{(n+1)}^2\cdot(n+2)^2$$

$$\underline{(n+1)}^2\cdot\left[n^2 + 4\cdot(n+1)\right] = \underline{(n+1)}^2\cdot(n+2)^2 \quad | : (n+1)^2 <> 0$$

$$n^2+4n+4 = n^2+4n+4$$

$$0 = 0 \quad ✓$$

S 173 Nr. a

$$\underbrace{\sum_{k=1}^{n} k\cdot(k+1)^2}_{a_k} = \underbrace{\frac{1}{12}\cdot n\,(n+1)(n+2)(3n+5)}_{S_n}$$

/ : (n+2)

/ : (n+1)

<u>Induktionsschluss:</u> $S_n + a_{n+1} = S_{n+1}$

$$\frac{1}{12}\cdot n\cdot(n+1)(n+2)(3n+5) + (n+1)\cdot(n+2)^2 = \frac{1}{12}\cdot(n+1)(n+2)(3n+8)(n+3)$$

$$\frac{1}{12}\cdot n\cdot(3n+5) + (n+2) = \frac{1}{12}\cdot(3n+8)(n+3) \quad |\cdot 12$$

$$n\cdot(3n+5) + 12\cdot(n+2) = (3n+8)(n+3)$$

$$3n^2+5n+12n+24 = 3n^2+8n+9n+24$$

$$3n^2+17n+24 = 3n^2+17n+24$$

$$0=0$$