

Vokabel	Bedeutung
Folge	Eine Zahlenfolge beschreibt auf welche Art und Weise Zahlen aufeinander folgen, wobei nur natürliche Zahlen eingesetzt werden. Grafisch gesehen entstehen nur Punkte im Koordinatensystem.
intuitive Darstellung	Hier werden die aufeinanderfolgenden Zahlen direkt genannt und sobald die Logik dahinter bekannt ist werden ... gesetzt. <i>ungerade Zahlen: $a_n: 1; 3; 5; 7; 9; \dots$</i>
explizite Darstellung	Hier wird eine konkrete Aussage definiert, die direkt von der Variablen abhängig ist. <i>ungerade Zahlen: $a_n = 2n - 1; n \geq 1$</i>
rekursive Darstellung	Hier wird ebenfalls eine Formel entwickelt. Allerdings ist hier jeweils das zu berechnende Folgenglied von den Vorgängern abhängig . <i>ungerade Zahlen: $a_{n+1} = a_n + 2; n \geq 1$</i>
Monotonie	Es existiert dann eine Monotonie, wenn eine Folge entweder nur steigend oder nur fallend ist. Dies ist eine der Voraussetzungen der Konvergenz. Nach der Tendenz entsteht die Behauptung, die dann mittels vollständiger Induktion bewiesen wird.
Quotientenverfahren	Es wird das Nachfolgeelement a_{n+1} durch das Vorgängerelement a_n dividiert . Ist das Ergebnis größer 1, dann steigt die Folge anderenfalls fällt sie.
Differenzmethode	Es wird die Differenz aus dem Nachfolgeelement a_{n+1} dem Vorgängerelement a_n gebildet. Ist das Ergebnis größer 0, dann steigt die Folge anderenfalls fällt sie.
Schranken	Liegt eine Folge innerhalb eines oberen und eines unteren Werts, dann ist diese beschränkt. Je nachdem welche Monotonie vorliegt, ist eine der beiden Schranken bereits bestimmt. Die zweite muss mittel vollständiger Induktion bewiesen werden. Es bietet sich dabei die optimale Schranke / Grenzwert an.
Konvergenz	Ist eine Folge monoton und beschränkt , so ist diese konvergent und der Grenzwert existiert.
Grenzwert	beschreibt das Verhalten eines Ausdrucks / Funktion (Folge) an den Rändern des Definitionsbereichs . Ein Grenzwert ist immer eine Zahl. Sollte der Grenzwert unendlich sein, so ist der Ausdruck divergent.
Supremum	Obere Schranke oder höchster Wert der Folge
Infimum	Untere Schranke oder tiefster Wert der Folge

S 158 Nr. 1a) $a_n = \frac{n-3}{2n} ; n \geq 1$

Monotonie : $a_1 = -1 ; a_2 = -1/4 ; a_3 = 0$

$a_{n+1} > a_n$ (streigend)

$n=1$ $a_2 > a_1$ $-1/4 > -1$ ✓

$n \geq 1$: $a_{n+2} > a_{n+1}$

$$\frac{(n+2)-3}{2 \cdot (n+2)} = \frac{n-1}{2n+4} > \frac{(n+1)-3}{2 \cdot (n+1)} = \frac{n-2}{2n+2} \quad | \cdot (2n+4) \cdot (2n+2)$$

$$(n-1) \cdot (2n+2) > (n-2) \cdot (2n+4)$$

$$2n^2 - 2n + 2n - 2 > 2n^2 - 4n + 4n - 8 \quad | -2n^2$$

$$-2 > -8 \quad \checkmark$$

Schritt 1 : Da a_n streng monoton steigt, muss

$$a_1 = -1 \text{ untere Schranke sein.}$$

$$a_n < 100$$

$$n=1 \quad a_1 = -1 < 100 \quad \checkmark$$

$$n \geq 1: \quad a_{n+1} < 100$$

$$\frac{n-2}{2n+2} < 100 \quad | \cdot 2n+2$$

$$n-2 < 200n + 200 \quad | -200n - 2$$

$$-202 < 198n$$

$$-\frac{202}{198} < n \quad \checkmark, \text{ da } n \geq 1$$

Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-3}{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(1-3/n)}{n \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

Schrittweite : $a_n < 1/2$ $a_1 = -1 < 1/2$ ✓

$n+1$: $\frac{n-2}{2n+2} < 1/2$ $| \cdot (2n+2)$

$$n-2 < 1/2 \cdot (2n+2) = n+1 \quad | -n$$

$$-2 < 1 \quad \checkmark$$

S. 163 Nr. 1)

$$a_{n+1} = -\frac{1}{3} \cdot (3 - 2a_n); \quad a_1 = 3$$

$$a_{n+1} = -1 + \frac{2}{3} a_n$$

$$a_2 = -1 + \frac{2}{3} \cdot 3 = 1$$



Behauptung: $a_{n+1} < a_n$

$$n=1 \quad a_2 < a_1 \quad 1 < 3$$

$$n+1 \quad a_{n+2} < a_{n+1}$$

$$-1 + \frac{2}{3} a_{n+1} < -1 + \frac{2}{3} a_n \quad | +1$$

$$\frac{2}{3} a_{n+1} < \frac{2}{3} a_n \quad | \cdot \frac{3}{2}$$

$$a_{n+1} < a_n$$



