Vokabel	Bedeutung
vollständige Induktion	Es handelt sich um ein positives **Beweisverfahren**, das Zusammenhänge für natürliche Zahlen darstellt und beweist. Im Wesentlichen beruht es darauf, dass man die Gültigkeit der Formel für das **erste Element** zeigt und anschließend eine Element weiter geht als man müsste **(n+1)**. Am Ende steht der **vollständige Rückschluss**.
Induktionsanfang	Hier wird das Verhalten des Zusammenhangs für den **Startwert** überprüft. Sollte hier schon ein **Widerspruch** auftreten, dann erfolgt der **Ausstieg** und die zu überprüfende Formel ist falsch.
Prämisse Induktionsschluss	Am Schluss muss noch die Stelle **(n+1)** geprüft / eingesetzt werden. Dazu muss in der Prämisse die **Gültigkeit** der zu testenden Formel für alle $n \in Menge$ **vorausgesetzt** werden. Während des Beweises muss dann immer einer der Ausdrücke der Prämisse **gefunden und ersetzt** werden
Beweis von Ungleichungen	Soll die Gültigkeit von Ungleichungen $a_n > b_n$ bewiesen werden, so ignoriert man das Ungleichheitszeichen und ersetzt im **Induktionsschluss** als ob ein **Gleichheitszeichen** stehen würde. Ziel ist es stets eine **allgemeingültige Aussage** zu bekommen.
Beweis von Teilbarkeit	Um die Teilbarkeit eines Ausdrucks zu untersuchen wird dieser immer als **Teiler mal ganze Zahl** dargestellt $(a_n = \gamma \cdot k, k \in \mathbb{Z}, \gamma = Teiler)$ Nach dem Ersetzen im Induktionsschluss beruht der Beweis im Wesentlichen darauf, dass man zeigt, dass die **Welt** der ganzen Zahlen **nicht verlassen** wird.

S 134 4) Bernoulli-Ungleichung $(1+x)^n \geq 1+n\cdot x$

Anfang: $n=0$ $(1+x)^0 \geq 1+0\cdot x$

$1 \geq 1$ ✓

Prämisse: Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $\boxed{(1+x)^n \geq 1+n\cdot x}$

Schluss $n+1$: $(1+x)^{n+1} \geq 1+(n+1)\cdot x$

$(1+x)^n \cdot (1+x)^1 \geq 1+n\cdot x + x$

$(1+n\cdot x)\cdot(1+x) \geq 1+nx+x$

$1+n\cdot x+n\cdot x^2+x \geq 1+n\cdot x+x \quad | -1-nx-x$

$n\cdot x^2 \geq 0$ ✓

$(\geq 0)\cdot(\geq 0) \Rightarrow \geq 0$

$$(1+x)^4 \cdot (1+x) \geq 1 + 4 \cdot x \quad + x$$

$$(1+x)^4 \, (1+x) \geq (1+x)^4 \quad + x$$

$$\underline{(1+x)^4 \cdot 1} + (1+x)^4 \cdot x \geq \underline{(1+x)^4} + x \quad \Big| -(1+x)^4$$

$$(1+x)^4 \cdot x \geq x \qquad \Big| : x \neq 0$$

1\. Fall. $x = 0$ $\quad (1+0)^4 \cdot 0 \geq 0$

$$0 \geq 0 \qquad \checkmark$$

2\. Fall : $x \neq 0$ $\quad (1+x)^4 \geq 1 \qquad \Big| \sqrt[4]{}$

$$1 + x \geq 1 \qquad \Big| -1$$

$$x \geq 0$$

$$\mathbb{R}_0^+ \subset \mathbb{R}$$

2) 5^n+7 ist durch 4 teilbar $n \in \mathbb{N}$

$5^n+7 = 4\cdot K \quad ; K \in \mathbb{Z}$

<u>$n=0$</u> : $5^0+7 = 1+7 = 8 = 4\cdot K \quad K=2 \in \mathbb{Z}$ ✓

<u>Prämisse</u> : $\boxed{5^n+7}$ ist durch 4 teilbar

$$\overset{5\cdot x \;+7}{5^{n+1}+7 = 5\cdot 5^n+7}$$

$5^n+7+4\cdot 5^n$

$x+7+4\cdot x$

$4\cdot K+4\cdot 5^n = 4\cdot K$

$4\cdot(K+5^n) = 4\cdot K$

$\mathbb{Z}+\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{Z}$ ✓

1) $9^n + 7 = 8 \cdot k \quad ; \quad n \in \mathbb{N}$

$n = 0 \qquad 9^0 + 7 = 1 + 7 = 8 = 8 \cdot k \qquad k = 1 \in \mathbb{Z}$ ✓

Prämisse $\quad \underline{9^n + 7} = 8 \cdot k$

$n+1 \qquad 9^{n+1} + 7 = 8 \cdot k$

$9 \cdot 9^n + 7 = 8 \cdot k$

$(\; 9 \cdot x + 7 = x + 7 + 8x \;)$

$\underbrace{9^n + 7} + 8 \cdot 9^n = 8 \cdot k$

$8 \cdot k + 8 \cdot 9^n = 8 \cdot k$

$8 (k + 9^n) = 8 \cdot k$

$\mathbb{Z} + \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{Z}$ ✓

7) $n^n \geq n! \; ; \; n \in \mathbb{N}$

$$\left[\begin{array}{c} (n+1)! = (n+1) \cdot n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \; 3 \cdot 2 \cdot 1 \\ (n+1)\, n\, (n-1)\, (n-2)! \end{array} \right]$$

<u>$n=0$</u> : $\quad 0^0 \geq 0! \iff 1 \geq 1 \quad \checkmark$

<u>Prämisse</u> $\quad n^n \geq n!$ für alle $n \in \mathbb{N}$

$n+1$: $\quad (n+1)^{n+1} \geq (n+1)!$

$$(n+1)^n \cdot (n+1) \geq (n+1) \cdot n!$$

$$(n+1)^n \cdot (n+1) \geq (n+1) \cdot n^n \qquad | : (n+1) \neq 0$$

$$(n+1)^n \geq n^n \qquad | \sqrt[n]{}$$

$$n+1 \geq n \qquad | -n$$

$$1 \geq 0$$