Vokabel	**Bedeutung**
rechtseindeutig	Wird bei einem Tupel der **rechte Wert** eindeutig zugewiesen, so handelt es sich um eine rechtseindeutige Relation und man spricht von einer **Funktion**. $$f(x) = y_1 \wedge f(x) = y_2 \Longrightarrow y_1 = y_2$$
injektiv (linkseindeutig)	Wird bei einem Tupel der **linke Wert** eindeutig zugewiesen, so handelt es sich um eine linkseindeutige bzw. **injektive** Funktion. $$f(x_1) = y \ \wedge f(x_2) = y \Rightarrow x_1 = x_2$$
surjektiv (rechtstotal)	ist eine Relation dann, wenn der **Wertebereich** der Funktion identisch mit der **zweiten** Menge des zugrundeliegenden kartesischen Produkts ist $$\mathbb{W} = M_2\ , mit\ M_1 \times M_2$$
total (linkstotal)	ist eine Relation dann, wenn der **Definitionsbereich** der Funktion identisch mit der **ersten** Menge des zugrundeliegenden kartesischen Produkts ist $$\mathbb{D} = M_1\ , mit\ M_1 \times M_2$$
bijektiv	ist eine Funktion **injektiv**, **surjektiv** und **total**, dann nennt man diese auch bijektiv und sie ist somit **umkehrbar**.
Umkehrfunktion	ist grafisch gesehen eine **Spiegelung an der 1. Winkelhalbierenden**. Nachdem – durch Anpassung der Welt – die Funktion **bijektiv** gemacht wurde, löst man diese nach ***x*** auf, macht den **Variablentausch** und wechselt noch den Definitionsbereich mit dem Wertebereich und umgekehrt.
Komposition	ist ein **Ineinander-Schachteln** von Funktionen, wobei die Variable der äußeren Funktion durch einen Ausdruck (innere Funktion) ersetzt wird.
Achsensymmetrie	ist eine Funktion dann, wenn sich alle Punkte an der **y-Achse** spiegeln lassen, d.h. es ändert sich nur das Vorzeichen der ersten Koordinate. $$f(x) = f(-x)$$
Punktsymmetrie	ist eine Funktion dann, wenn sich alle Punkte am **Ursprung** spiegeln lassen, d.h. es ändert sich nur das Vorzeichen beider Koordinaten. $$f(x) = -f(-x)$$ *Ist eine Funktion nicht zum Ursprung punktsymmetrisch, dann müssen beim Beweis die Koordinaten entsprechend verschoben werden.*

$M = \{ x \in \mathbb{Z}^* \mid x \bmod 2 = 0 \}$

$\Delta = \{ (x;y) \in M \times M \mid \frac{x}{y} = \beta^2 ; \beta \in \mathbb{N}_0 \}$

<u>reflexiv</u>: $(x;x) \in \Delta \; ; \; x \in M$

$\frac{x}{x} = \beta^2$; da $x <> 0$ gilt

$1 = \beta^2 \quad | \sqrt{}$

$\beta_{1/2} = \pm 1 \qquad \mathbb{L} = \{1\} \in \mathbb{N}_0$

-> Für $x \in \mathbb{Z}$ nicht reflexiv, da $(0;0)$ nicht definiert ist

-> Für $\beta \bmod 2 = 0$ => irreflexiv

Transitiv:

$$\frac{x}{y} = p_1^2 \wedge \underbrace{\frac{y}{z} = p_2^2}_{y = p_2^2 \cdot z} \Rightarrow \frac{x}{z} = p_3^2$$

$$\frac{x}{p_2^2 \cdot z} = p_1^2 \quad | \cdot p_2^2$$

$$\frac{x}{z} = p_1^2 \cdot p_2^2 = (\underbrace{p_1 \cdot p_2}_{p_3})^2$$

$$\frac{x}{z} = p_3^2 \quad ; \quad p_i \in \mathbb{N}_0$$

$$p_1, p_2, p_3 \in \mathbb{N}_0$$

Symmetriebetrachtung :

Tendenz :

$(8;2) \in \Delta \quad : \frac{8}{2} = 4 = 2^2 \rightarrow \in \mathbb{N}_0$ ✓

$(2;8) \notin \Delta \quad : \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow \notin \mathbb{N}_0$ ↯

$\Rightarrow$ nicht symmetrisch

Antisymmetrie : $(x;y) \in \Delta \wedge (y,x) \in \Delta \,, \quad x \neq y$

$$\frac{x}{y} = p_1^2 \quad \wedge \quad \frac{y}{x} = p_2^2 \quad | \uparrow^{(-1)}$$

$$\frac{x}{y} = p_1^2 \quad \wedge \quad \frac{x}{y} = \frac{1}{p_2^2}$$

$$p_1^2 = \frac{1}{p_2^2} \qquad p_1 = p_2 = 1$$

$$f(x) = \frac{4}{x^2-8} - 4 \quad \longrightarrow \mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{\sqrt{8}\}$$

$$\longrightarrow \mathbb{W} = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$$

$$f(x) = y_1 \quad \wedge \quad f(x) = y_2 \qquad y_1 = y_2$$

$$y = \frac{4}{\underbrace{x^2}_{x \cdot x}-8} - 4 \quad | +4$$

$$y+4 = \frac{4}{x^2-8} \quad | \uparrow^{(-1)}$$

$$\frac{1}{y+4} = \frac{x^2-8}{4} \quad | \cdot 4 \; | +8$$

$$\frac{4}{y+4} + 8 = x^2 \quad | \sqrt{}$$

$$x_{1/2} = \pm \sqrt{\frac{4}{y+4} + 8}$$