Vokabel	Bedeutung
Integral (unbestimmt)	Bei einem Integral wird generell eine **Fläche** gesucht. Stehen an dem Intergalsymbol keine Grenzen, so wird lediglich die **Stammfunktion** gesucht. Man muss darauf achten am Ende der gesuchten Funktion eine **Integralkonstante *C*** hinzu zu fügen. $$\int f(x)dx = F(x) + C$$
Integral (bestimmt)	Werden bei dem Integralsymbol **Grenzen** angegeben, so spricht man von einem bestimmten Integral, so dass man den **Wert der Fläche** zwischen diesen Grenzen bestimmen kann. Es wird die obere Grenze bzw. die untere Grenze in die Stammfunktion eingesetzt und anschließend die **Differenz** gebildet. $$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$
Integrandfunktion	Ist die Funktion, die **direkt hinter** dem Integralsymbol steht. Über das $\boldsymbol{dx}$ wird angegeben nach welcher **Variablen** zu integrieren ist.
Stammfunktion	Beschreibt im Grunde genommen die **Aufleitung**, die dadurch berechnet wird, dass der **Exponent um 1 erhöht** wird und dieser neue Exponent im **Nenner** der Zahl davor eingetragen wird. Zusätzlich muss immer die **Ableitung der Stammfunktion** die **Integrandfunktion** ergeben (Überprüfung der Richtigkeit) $$f(x) = a \cdot x^n \rightarrow F(x) = \frac{a}{n+1} \cdot x^{n+1}$$
goldene Regeln	Im Wesentlichen gibt es **zwei Regeln**, die man immer beachten muss: • <u>Negative Flächen</u>: Da es **keine negativen Flächen** gibt, setzt man, sollte dies während der Rechnung geschehen, **Betragsstriche**, um die Fläche positiv zu bekommen. • <u>Nullstellen</u>: Man darf niemals **über Nullstellen** hinweg integrieren, da sonst die Flächen miteinander verrechnet würden. Von daher werden als erstes die **Nullstellen der Integrandfunktion** ermittelt. Sollten diese innerhalb der Integralgrenzen liegen muss das Integral **aufgeteilt** werden.

1) a) $f(x) = x^5 - \frac{2}{5}x^2 - 5 \cdot x^{1/3} + 2{,}5 \cdot x^0$

$\cancel{F(x) = \frac{1}{6}x^6 - \frac{2}{5} \cdot x^{4/3} + 2{,}5 \cdot x = \frac{1}{6}x^6 - \frac{2}{15}x^3 + \frac{5}{2}x}$

$$F(x) = \frac{1}{6}x^6 - \frac{2}{5}\,\frac{1}{3}x^3 - 5 \cdot \frac{3}{4}\,x^{4/3} + 2{,}5x + C$$

[illegible] [illegible]

b) $g(x) = 4x^{-4} + 2 \cdot x^{-1/2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{x}$

$$-\frac{4}{3}\,x^{-3} + 2 \cdot 2\,x^{1/2} + \frac{3}{2} \cdot \ln(x)$$

$$-\frac{4}{3x^3} + 4 \cdot \sqrt{x} + \ln\sqrt{x^3}$$

2) a) $g(x) = x^2 - x - 2 = 0 = (x-2)(x+1)$

$x_1 = 2 \quad ; \quad x_2 = -1$

$\int_{-1}^{2} (x^2 - x - 2)\, dx = |G(2) - G(-1)| = \left| -\frac{10}{3} - 7/6 \right|$

$G(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x \qquad = \left| -\frac{27}{6} \right| = |-4{,}5|$

$= 4{,}5 \text{ FE}$

$G(2) = \frac{8}{3} - 2 - 4 = -\frac{10}{3}$

$G(-1) = -1/3 - 1/2 + 2 = -\frac{2}{6} - \frac{3}{6} + \frac{12}{6} = 7/6$

3) a) $x^2 + 8x + 15 = f(x) = 0 = (x+3)(x+5)$

$x_1 = -3 \lor x_2 = -5$

$F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{8}{2}x^2 + 15x$

$F(4) - F(0) = \frac{64}{3} + 64 + 60 = 145\frac{1}{3}$

b) $\int_{-2}^{2} (x^4 - 9x^2)\,dx = 2 \cdot \int_{0}^{2} (x^4 - 9x^2)\,dx \Rightarrow \frac{176}{5}$

$x^4 - 9x^2 = x^2(x^2-9) = x^2 \cdot (x-3)(x+3)$

$F(x) = \frac{1}{5}x^5 - 3x^3$ $\qquad F(2) = \frac{32}{5} - 24 = \frac{32 - 120}{5} = -\frac{88}{5}$

$f(x) = 2 \cdot e^x \qquad F(x) = 2 \cdot e^x$

$f(x) = \boxed{3} \cdot \underline{e^{4-2x}} \checkmark \longrightarrow F(x) = 3 e^{4-2x}$ Ableitung

$\neq$

$f(x) = 3 \cdot e^{4-2x} \cdot (-2)$

$= -6 \cdot e^{4-2x}$

Testfunktion $g(x) = e^{4-2x}$

$G(x) = e^{4-2x}$

$\downarrow$

$g(x) = \boxed{-2} \cdot \underline{e^{4-2x}} \checkmark$

Funktion: $-2 \cdot ? = 3$

$? = -\frac{3}{2}$

$F(x) = -\frac{3}{2} \cdot e^{4-2x}$

$$f(x) = 2 \cdot \boxed{\cos(3x+2)}$$

$$\cdot \frac{2}{3}$$

$$C(x) = \sin(3x+2)$$

$$g(x) = \cos(3x+2) \cdot 3$$

$$F(x) = \frac{2}{3} \cdot \sin(3x+2)$$

$$f(x) = 2 \cdot \sqrt[3]{4x-1} = 2 \cdot (4x-1)^{1/3}$$

$$\cdot \frac{3}{8}$$

$$C(x) = (4x-1)^{4/3}$$

$$g(x) = \frac{4}{3}\,(4x-1)^{1/3} \cdot 4 = \frac{16}{3} \cdot \sqrt[3]{4x-1}$$

$$F(x) = \frac{3}{8} \cdot \sqrt[3]{(4x-1)^4}$$

1) $f(x) = \frac{1}{4} \cdot e^{2-6x}$

$G(x) = e^{2-6x}$

$g(x) = -6 \cdot e^{2-6x}$

$F(x) = -\frac{1}{24} \cdot e^{2-6x}$

2) $f(x) = \frac{5}{(3-2x)^2} = 5 \cdot (3-2x)^{-2}$

$\cdot \frac{5}{2}$

$F(x) = (3-2x)^{-1}$

$f(x) = -1 \cdot (3-2x)^{-2} \cdot (-2) = \frac{2}{(3-2x)^2}$

$F(x) = \frac{5}{2} \cdot (3-2x)^{-1} = \frac{5}{2 \cdot (3-2x)}$