Vokabel	**Bedeutung**
Ausgangsfunktion	$f(x)$ beschreibt die **y-Koordinate** an einer **Stelle** x. Dadurch erhält man einen **Punkt** $(x; y)$. Nutzt man die Ausgangsfunktion so kann man u.a. die **Schnittpunkte** mit den Achsen, die **Symmetrie**, die **Grenzwerte** und auch den **Definitions**- und **Wertebereich** bestimmen.
erste Ableitung	Mit $f'(x)$ berechnet man die **Steigung** an jeder differenzierbaren Stelle der Funktion. Dadurch werden demzufolge **Hoch**- sowie **Tiefpunkte** oder auch das **Monotonieverhalten** berechnet.
zweite Ableitung	$f''(x)$ dient zur Bestimmung der **Krümmung**. Ist diese **größer als Null**, so dreht der Graph **rechts** herum, ist sie **kleiner als Null**, so **links** herum. Demzufolge kann mit ihr der **Extrempunkt klassifiziert** oder auch die **Wendestelle** errechnet werden.
Potenzterme	Hat man einen **reinen Potenzterm** vor sich, so wird die Ableitung dadurch gebildet, dass man den alten **Exponenten nach vorne** zieht und im Exponenten **Eins abzieht**.
Produktregel	Handelt es sich um zwei **unterschiedliche Arten** von Funktionen, die **mittels Produkt** miteinander verbunden sind, dann wird die Ableitung durch **Produktregel** gebildet: $$\boldsymbol{f(x) = g(x) \cdot h(x)}$$ $$\boldsymbol{f'(x) = g'(x) \cdot h(x) + g(x) \cdot h'(x)}$$
Quotientenregel	Handelt es sich um zwei **unterschiedliche Arten** von Funktionen, die **durch eine Division** miteinander verbunden sind, dann wird die Ableitung durch **Quotientenregel** gebildet: $$\boldsymbol{f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{g'(x) \cdot h(x) - g(x) \cdot h'(x)}{(h(x))^2}}$$
Tangente	Eine Tangente ist eine Gerade, die einen Graphen nur in einem Punkt **berührt**, d.h. hier ist die **Steigung** als auch die **y-Koordinate** identisch mit dem der Funktion.
Sekante	Eine Sekante **schneidet** bzw. berührt einen Funktionsgraphen in **mindestens zwei** Punkten. Hier wären nur die y-Koordinaten gleich, so dass man die Geradengleichung mittels **Steigungsdreieck** berechnen würde.
Geradengleichung	Die allgemeine Form einer Geraden ist definiert durch $\boldsymbol{y = m \cdot x + b}$. Dabei steht **m für die Steigung** und **b für den Achsenabschnitt** (Schnittpunkt mit der y-Achse)

1) $f(x) = \frac{3}{2\sqrt{x^5}} + 2\cdot\sqrt[3]{x^4} = 3\cdot x^{-5/2} + 2\cdot x^{4/3}$

$f'(x) = 3\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)\cdot x^{-7/2} + 2\cdot\frac{4}{3}\cdot x^{1/3}$

$= -\frac{15}{2}\cdot x^{-7/2} + \frac{8}{3}\cdot x^{1/3} = -\frac{15}{2\cdot\sqrt{x^7}} + \frac{8}{3}\sqrt[3]{x}$

$\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$

$f'(x) = 0 = -\frac{15}{2\sqrt{x^7}} + \frac{8}{3}\cdot\sqrt[3]{x} \quad \Big| + \frac{15}{2\sqrt{x^7}}$

$\frac{15}{2\sqrt{x^7}} = \frac{8}{3}\sqrt[3]{x} \quad \Big| \cdot\sqrt{x^7} \quad \cdot\frac{3}{8}$

$\frac{45}{16} = x^{1/3}\cdot x^{7/2} = x^{23/6} \qquad x_E = \sqrt[23]{\left(\frac{45}{16}\right)^6}$

$\mathbb{W} = \mathbb{R}^{\geq f(x_E)}$

2) $f(x) = \frac{2}{x^6} + 5 \cdot \frac{1}{x^3} = 2 \cdot x^{-6} + 5 \cdot x^{-3}, \quad D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$f'(x) = -12 \cdot x^{-7} - 15 \cdot x^{-4}$

$= -\frac{12}{x^7} - \frac{15}{x^4}$

3) $f(x) = 2 \cdot \cos^2(x) = \boxed{2 \cdot \cos(x)} \cdot \boxed{\cos(x)}$

$f'(x) = -2 \sin(x) \cdot \cos(x) + 2 \cdot \cos(x) \cdot (-\sin(x))$

$= -4 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$

Kettenregel $\{f[g(x)]\}' = f'[g(x)] \cdot g'(x)$

Potenz: $(\heartsuit^{n})' = n \cdot \heartsuit^{n-1} \cdot \heartsuit'$

$$(x^2-5x)^7 = 7 \cdot (x^2-5x)^6 \cdot \underbrace{(x^2-5x)'}_{(2x-5)}$$

$$(2x^8)' = 2 \cdot 8 \cdot x^7 \cdot (x)' = 2 \cdot 8 x^7 \cdot 1$$
$$= 16x^7$$

$$[2 \cdot \cos^2(x)]' = \{2 \cdot [\cos(x)]^2\}'$$
$$= 2 \cdot (2 \cdot [\cos(x)]^1) \cdot (\cos(x))'$$
$$= 4 \cdot \cos(x) \cdot (-\sin(x))$$
$$= -4 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$$

Trigonometrie:

$$[\sin(\heartsuit)]' = \cos(\heartsuit) \cdot \heartsuit'$$

$$[\cos(\heartsuit)]' = -\sin(\heartsuit) \cdot \heartsuit'$$

$$[\sin(\sqrt{x})]' = \cos(\sqrt{x}) \cdot (\sqrt{x})'$$

$$= \cos(\sqrt{x}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{\cos(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$$

Exponentialfunktion:

$$[e^{\heartsuit}]' = e^{\heartsuit} \cdot \heartsuit'$$

$$(e^{\sin(x)})' = e^{\sin(x)} \cdot [\sin(x)]'$$

$$= e^{\sin(x)} \cdot \cos(x)$$

Logarithmusfunktion

$$[\ln[\heartsuit]]' = \frac{1}{\heartsuit} \cdot \heartsuit'$$

$$[\ln(\cos(x))]' = \frac{1}{\cos(x)} \cdot [\cos(x)]'$$

$$= \frac{1}{\cos(x)} \cdot (-\sin(x))$$

$$= -\frac{\sin(x)}{\cos(x)} = -\tan(x)$$

$$(2^x)' = [(e^{\ln 2})^x]' = [e^{\ln 2 \cdot x}]'$$

$$= e^{\ln 2 \cdot x} \cdot (\ln 2 \cdot x)'$$

$$= 2^x \cdot \ln 2$$

$$[a^x]' = a^x \cdot \ln(a)$$

$\mathbb{D} = \mathbb{R}_0^+$

$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

1) $f(x) = 2 \cdot \sin(3x^3 - 5\sqrt{x})$

$f'(x) = 2 \cdot \cos(3x^3 - 5\sqrt{x}) \cdot (3x^3 - 5\sqrt{x})'$

$= 2 \cdot \cos(3x^3 - 5\sqrt{x}) \cdot (9x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}})$

2) $g(x) = \ln(\frac{3}{x^3})$ $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$

$g'(x) = \frac{1}{3/x^3} \cdot (\frac{3}{x^3})' = \frac{x^3}{3} \cdot (-\frac{9}{x^4}) = -\frac{3}{x}$

3) $h(x) = 2 \cdot (x^3 - \sin(4x))^5$ $\mathbb{D} = \mathbb{R}$

$h'(x) = 2 \cdot 5 \cdot (x^3 - \sin(4x))^4 \cdot (x^3 - \sin(4x))'$

$= 10 \cdot (x^3 - \sin(4x))^4 \cdot (3x^2 - \cos(4x) \cdot 4)$