Vokabel	**Bedeutung**
$\epsilon -$ Umgebung	Darunter versteht man ein **hauchdünnes Intervall**, das um den Grenzwert herum aufgespannt wird und in dem sich der Ausdruck bzw. die Funktion befindet – Isolierung Klingeldraht. Dadurch darf der Grenzwert in diesem definierten Bereich **über-** bzw. **unterschritten** werden.
Grenzen des Definitionsbereichs	Eine Grenzwertbetrachtung mach nur an den **Rändern** des Definitionsbereichs Sinn, d.h. am Häufigsten ist dies $\pm\infty$. Handelt es sich um eine Funktion mit **Definitionslücken**, so wird der Grenzwert an der nicht definierten Zahl **von beiden Seiten** her betrachtet.
Annäherung einer Zahl	Ist eine Funktion **konvergent**, so strebt diese **($\pm\infty$)** einen Wert an. Dies kann von oben bzw. unten geschehen und wird durch ein $\pm$ im Exponenten dargestellt **(+ oben, - unten)**. Soll der Grenzwert gegen eine bestimmte **Zahl** berechnet werden so kann auch diese von links / rechts angesteuert werden. Auch diese Annäherungskennzeichen erfolgt durch ein $\pm$ im Exponenten **(+ rechts, - links).**
Faustregel (0; ∞)	$\frac{konstant}{0} = \infty$ und $\frac{konstant}{\infty} = 0$
Erweiterung 3. Binom	Für den Fall, dass durch Einsetzen der Grenze $\mathbf{\frac{0}{0}}$ entsteht, kann der somit entstehende **Linearfaktor** immer gekürzt werden. Sofern in einem Ausdruck eine **Wurzel in einer Summe** des Nenners/ Zählers steht, so kann diese mittels **Erweiterung** mit dem **3. Binom** beseitigt werden. Hierbei muss nach dem Zusammenfassen stets der zu kürzende Linearfaktor entstehen.
Gebrochen-Rationaler Ausdruck	Ein gebrochen rationaler Ausdruck hat immer mindestens eine **Definitionslücke**, da somit die Funktion unterbrochen wird. Handelt es sich um einen Bruch aus ganzrationalen Polynomen, so kann man **zwei Grenzwerte** unterscheiden: • $x \to \pm\infty$: **Ausklammern** des höchsten Exponenten • $x \to Zahl$: Einsetzen, Ergebnis bestimmen und ggf. Faustregel anwenden. Für den Fall $\mathbf{\frac{0}{0}}$ **Polynomdivision** und kürzen**.**

Vokabel	**Bedeutung**
Regel von L'Hospital	Für den Fall, dass durch Einsetzen der Grenze $\mathbf{\frac{0}{0}}$ entsteht, gilt: $$\lim_{x \to k} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to k} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$
Dominanzprinzip	Für den Fall, dass durch das Einsetzen der Grenze der Ausdruck $\infty \cdot \mathbf{0}$ entsteht, kann man durch Bestimmung der **stärkeren** (steileren) Funktion bestimmen, ob ∞ **dominant** oder die 0 es ist. Dies kann durch **Vergleich der Art** (exponentiell, linear) oder auch der **ersten Ableitung** geschehen.

S. 232 Nr. 1)

$$\lim_{x \to (-4)} \frac{2x+8}{\sqrt{8-2x}-(8+x)} = \frac{0}{0} \Rightarrow \boxed{(x+4)}$$

3. Bino- : $$\frac{2x+8}{\underbrace{\sqrt{8-2x}}_{a} \underbrace{-}_{-} \underbrace{(8+x)}_{b}} \cdot \frac{\sqrt{8-2x}+(8+x)}{\underbrace{\sqrt{8-2x}}_{a} \underbrace{+}_{+} \underbrace{(8+x)}_{b}}$$

$$\frac{2\cdot(x+4)\cdot\left[\sqrt{8-2x}+(8+x)\right]}{\underbrace{8-2x}_{a^2} \underbrace{-}_{-} \underbrace{(8+x)^2}_{b^2}}$$

$$8-2x-(64+16x+x^2) = -x^2-18x-56$$

$$-(x^2+18x+56)$$

$$-\left[(x+4)(x+14)\right]$$

$$\lim_{x \to (-4)} \frac{2\cdot\left[\sqrt{8-2x}+(8+x)\right]}{-(x+14)} = \frac{2\cdot(\sqrt{16}+4)}{-10} = -1{,}6$$

L'Hospital:

$$\left(\sqrt{\heartsuit}\right)' = \frac{1}{2\cdot\sqrt{\heartsuit}} \cdot \heartsuit'$$

$$\left(\sqrt{3-6x}\right)' = \frac{1}{2\cdot\sqrt{3-6x}} \cdot (3-6x)'$$

$$= \frac{-6}{2\cdot\sqrt{3-6x}} = \frac{-3}{\sqrt{3-6x}}$$

$$\lim_{x\to(-4)} \frac{2x+8}{\sqrt{8-2x}-(8+x)} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to(-4)} \frac{2}{\frac{1}{2\cdot\sqrt{8-2x}}\cdot(-2) - 1} = \left[\frac{2}{-1/4-1}\right] = \frac{2}{-5/4} = -\frac{8}{5}$$

$$\downarrow$$

$$-1{,}6$$

2) $$\lim_{x \to 4} \frac{x^3 - 2x^2 - 12x + 16}{x^2 + x - 20} = \frac{0}{0}$$

1. l'Hospital $$\lim_{x \to 4} \frac{3x^2 - 4x - 12}{2x + 1} = \left[\frac{48 - 16 - 12}{8 + 1} \right] = \frac{20}{9}$$

2. $(x-4)$:

$$
\begin{aligned}
&(x^3 - 2x^2 - 12x + 16) : (x - 4) = x^2 + 2x - 4 \\
&\underline{-(x^3 - 4x^2)} \\
&\quad / \quad 2x^2 - 12x + 16 \\
&\quad \underline{-(2x^2 - 8x)} \\
&\qquad / \quad -4x + 16 \\
&\qquad \underline{-(-4x + 16)} \\
&\qquad\quad - \quad -
\end{aligned}
$$

$$\lim_{x \to 4} \frac{\cancel{(x-4)} \cdot (x^2 + 2x - 4)}{\cancel{(x-4)}(x+5)} = \frac{16 + 8 - 4}{4 + 5} = \frac{20}{9}$$

3) $$\lim_{x\to\infty} \underbrace{\left(1+\frac{5}{x}\right)^x} - \frac{3}{\sqrt[x]{9}} + \left[\frac{2\cdot\sin(x)}{4x}\right]^2 = e^5 - 3$$

$$e^5 - \frac{3}{1} + \underbrace{\left(\frac{[-1;1]}{2\cdot\infty}\right)^2}_{\frac{k}{\infty}=0}$$

$x\to\infty$: $\left(1+\frac{\beta}{x}\right)^x = e^\beta$

: $\sqrt[x]{x} = 1$; $\sqrt[x]{k} = 1$

: $\frac{k}{\infty} = 0$