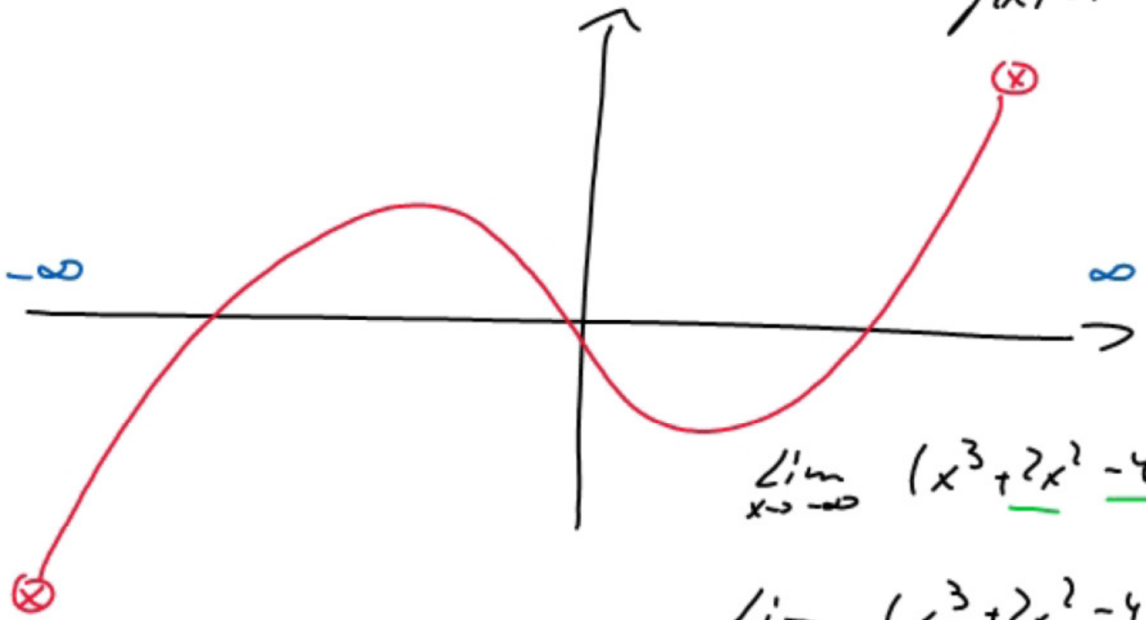
Vokabel	**Bedeutung**
Konvergenz Reihen	Bedeutet, dass die Summe bzw. das Produkt über einer Zahlenfolge im Unendlichen sich einer **Zahl annähert** und somit einen Grenzwert hat. Handelt es sich um eine **Summe**, so muss die Folge eine **Null-Folge** sein und bei einem **Produkt** eine **Eins-Folge**. Dadurch kann die Reihe konvergieren, muss aber nicht.
Vergleichskriterium	Sofern einem eine Folge bekannt vorkommt und die zu untersuchende Folge **kleiner** als eine bereits **konvergente** ist, so ist auch die betrachtete Folge konvergent $\sum \frac{1}{k^3} \rightarrow \frac{1}{k^3} \leq \frac{1}{k^2}$
Wurzelsatz	Sind in der Folge viele Variablen im **Exponenten** bzw. in der **Basis**, so nimmt man den Wurzelsatz, da dadurch die Variablen aus den Exponenten neutralisiert werden und die aus der Basis verschwinden. $\lim_{k\to\infty} \sqrt[k]{a_k} < 1$
Quotientenverfahren	Sofern kein anderes Konvergenzkriterium greift bzw. **Fakultäten** in der Folge vorhanden sind, nutzt man das Quotientenverfahren. Durch den entstehenden Quotienten können die Fakultätsausdrücke stets **gekürzt** werden. $\lim_{k\to\infty} \frac{a_{k+1}}{a_k} < 1$
Leibniz-Satz	Wenn in einer Folge ein **(echter) Alternierungswert** vorhanden ist, d.h. der Exponent von gerade zu ungerader Zahl wechselt, muss man den Leibniz-Satz benutzen. Es wird der Alternierungswert gestrichen. Der entstehende Rest muss dann eine **Nullfolge** sein. $\sum (-1)^k \cdot b_k \rightarrow \lim_{k\to\infty} b_k = 0$

Grenzwert (Limes)

$f(x) = x^3 + 2x^2 - 42$



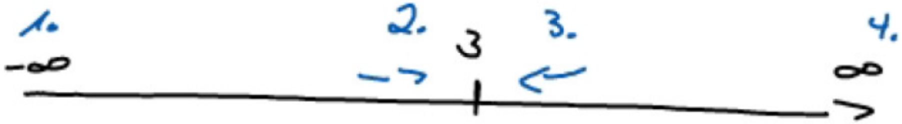
$\lim\limits_{x \to -\infty} (x^3 + 2x^2 - 42) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to \infty} (x^3 + 2x^2 - 42) = \infty$

$\Rightarrow$ divergent

$$f(x) = \frac{1}{x-3} + 5$$

Grenzwertbetrachtung

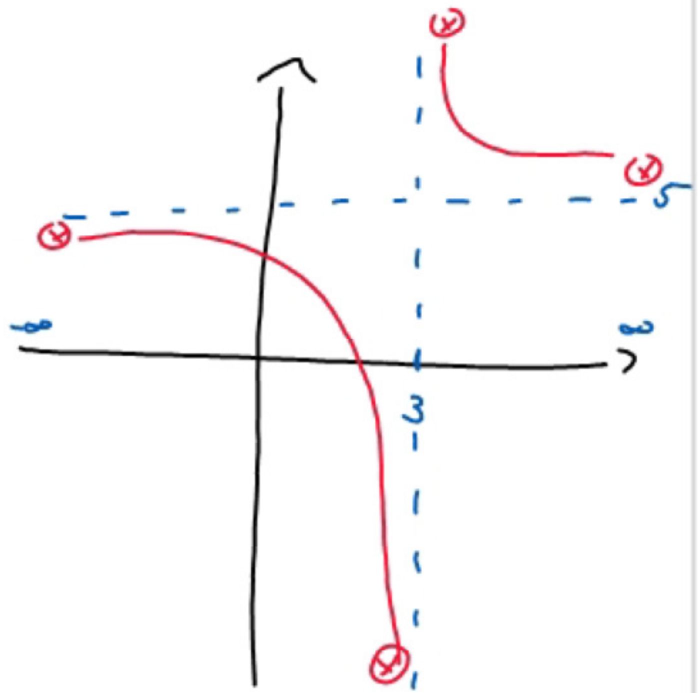


$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \left[\frac{1}{-\infty} + 5\right] = 5^-$$

$$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \left[\frac{1}{0^-} + 5\right] = -\infty$$

$$\lim_{x \to 3^+} f(x) = \left[\frac{1}{0^+} + 5\right] = +\infty$$

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \left[\frac{1}{\infty} + 5\right] = 5^+$$



$$\lim_{x \to 3} f(x) = \left[\frac{0}{0}\right]$$

$$f(x) = \frac{\overbrace{2x-6}^{\to 2(x-3)}}{4 - \sqrt{4x+4}}$$

$4(x-3)$

$$f(x) = \frac{2\cdot(x-3)}{\underbrace{4 - \sqrt{4x+4}}_{a\ -\ b}} \cdot \frac{4 + \sqrt{4x+4}}{\underbrace{4 + \sqrt{4x+4}}_{a\ +\ b}}$$

$$f(x) = \frac{2\cdot(x-3)\cdot\left[4+\sqrt{4x+4}\right]}{16 - (4x+4)} = \frac{2\cdot\left[4+\sqrt{4x+4}\right]}{-4}$$

$12 - 4x$

$4\cdot(3-x)$

$-4\,(x-3)$

$\downarrow x = 3$

$$\frac{2\,(4+\sqrt{16})}{-4} = -4$$

$(x-2)$

$$\lim_{x \to 2} \frac{10-5x}{\sqrt{2x+5}-3} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{5\cdot(2-x)}{\underbrace{\sqrt{2x+5}-3}_{a\;-\;b}} \cdot \frac{\sqrt{2x+5}+3}{\underbrace{\sqrt{2x+5}+3}_{a\;+\;b}}$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{5\cdot(2-x)\cdot\left[\sqrt{2x+5}+3\right]}{(2x+5)-9}$$

$$2x-4$$

$$2\cdot(x-2)$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{-5\,(x-2)\cdot\left(\sqrt{2x+5}+3\right)}{2\cdot(x-2)} = \left[\frac{-5\cdot\left(\sqrt{9}+3\right)}{2}\right] = -15$$

L'Hospital

$$\lim_{x \to k} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to k} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\left[\sqrt{\heartsuit}\right]' = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\heartsuit}} \cdot \heartsuit'$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{10 - 5x}{\sqrt{2x+5} - 3} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

$$\left[10 - 5x\right]' = -5$$

$$\left[\sqrt{2x+5} - 3\right]' = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2x+5}} \cdot \underbrace{(2x+5)'}_{2} = \frac{1}{\sqrt{2x+5}}$$

$$\lim_{x \to 2} \frac{-5}{1/\sqrt{2x+5}} = \frac{-5}{1/\sqrt{9}} = \frac{-5}{1/3} = -15$$