Vokabel	Bedeutung
Partialsumme	Darunter versteht man einen Zahlenbereich, der aus einer Reihe **herausgeschnitten** wird. Dies kann vom ersten zu einem bestimmten Element oder auch zwischen zwei beliebigen Elementen geschehen.
Startwert-Anpassung	Aufgrund der verschiedenen Definitionen/ Formeln von Partialsummen bzw. Grenzwerten von Reihen, stimmt der Startwert nicht immer überein, so dass darauf reagiert werden muss: • **Differenz** von Partialsummen • **Entfernen** der störenden **Folgeglieder** • **Verschiebung** der Grenzen
geometrische Reihe	sind immer **konvergent** $\sum q^k = \frac{1}{1-q}, \lvert q \rvert < 1$ und $\sum \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$
harmonische Reihe	ist **divergent** $\sum \frac{1}{k}$, da sie zu langsam fällt.
spezielle Reihen	Darunter versteht man Reihen, deren Grenzwerte **besondere Werte** annehmen und von mind. einer zusätzlichen Variable abhängen. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \ldots + \frac{x^n}{n!} = e^x$ $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 - \ldots \pm \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sin x$ $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \frac{x^{2k}}{(2k)!} = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 - \ldots \pm \frac{x^{2n}}{(2n)!} = \cos x$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{k^2+1} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k!} = 3 \cdot \sum \frac{1}{k^2+1} + 2 \sum \frac{1}{k!}$$

$$\sum \frac{1}{k^2+1} \;\rightarrow\; \frac{1}{k^2+1} < \frac{1}{k^2} \quad \text{VKL.}$$

$\frac{1}{k^2} \rightarrow$ geom. Reihe $\rightarrow \pi^2/6$

$\hookrightarrow$ konvergent

$$\underbrace{\sum \frac{1}{k!}}_{a_k} \qquad \lim \frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{1/(k+1)!}{1/k!} = \frac{k!}{(k+1)\cdot k!} = \frac{1}{k+1} < 1$$

$$\lim_{k\to\infty} 1/(k+1) = 0 < 1$$

$$\rightarrow \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1^k}{k!} = e^1 - 1$$

b) $\sum_{k=1}^{\infty} \underline{(-1)^{k+1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{4k+1}}$

$\longrightarrow \lim_{k\to\infty} \frac{1}{\sqrt{4k+1}} = \left[\frac{1}{\infty}\right] = 0$

$\Downarrow$

Nullfolge

$\underbrace{(-1)^{2k+1}}_{-1} \cdot 1/k$

c) $\sum \frac{5^{-k+1} \cdot k^2}{3k-2} \longrightarrow \lim_{k\to\infty} \sqrt[k]{a_k} < 1$

$\lim_{k\to\infty} \sqrt[k]{\frac{5^{-k} \cdot 5^{1} \cdot k^2}{3k-2}} = \lim_{k\to\infty} \frac{\sqrt[k]{5^{-k}} \quad \sqrt[k]{5} \quad \sqrt[k]{k^2}}{\sqrt[k]{3k-2}}$

$\left(\sqrt[k]{k}\right)^2 \to 1$

$\lim_{k\to\infty} \sqrt[k]{k} = 1$

$\longrightarrow \frac{5^{-1} \cdot 1 \cdot 1^2}{1} = 1/5 < 1$

$$\frac{1}{4} \cdot \sum \frac{3^{2k+3k^2}}{(2k)!}$$

$$\lim \frac{a_{k+1}}{a_k}$$

$$\lim \frac{3^{2\cdot(k+1)+3\cdot(k+1)^2}}{(2\cdot(k+1))!} \cdot \frac{(2k)!}{3^{2k+3k^2}}$$

$$\frac{3^{2k+2+3k^2+6k+3}}{3^{2k+3k^2}} \cdot \frac{(2k)!}{(2k+2)!}$$

$$\frac{3^{3k^2} \cdot 3^{8k} \cdot 3^{5}}{3^{3k^2} \cdot 3^{2k}} \cdot \frac{(2k)!}{(2k+2)(2k+1)\cdot(2k)!}$$

$$\lim_{k \to \infty} \left[\frac{3^5 \cdot 3^{6k}}{(2k+2)\cdot(2k+1)} \right] = \frac{\text{exponentiell}}{\text{quadratisch}} \to \infty \not< 1$$