Vokabel	**Bedeutung**
Folge	Eine Zahlenfolge beschreibt auf welche **Art und Weise** Zahlen aufeinander folgen, wobei nur **natürliche Zahlen** eingesetzt werden. Grafisch gesehen entstehen nur Punkte im Koordinatensystem.
intuitive Darstellung	Hier werden die aufeinanderfolgenden Zahlen **direkt genannt** und sobald die Logik dahinter bekannt ist werden … gesetzt. *ungerade Zahlen:* $a_n: 1; 3; 5; 7; 9; \ldots$
explizite Darstellung	Hier wird eine konkrete Aussage definiert, die direkt von der **Variablen abhängig** ist. *ungerade Zahlen:* $a_n = 2n - 1; n \geq 1$
rekursive Darstellung	Hier wird ebenfalls eine Formel entwickelt. Allerdings ist hier jeweils das zu berechnende Folgeglied von den **Vorgängern abhängig**. *ungerade Zahlen:* $a_{n+1} = a_n + 2; n \geq 1$
Monotonie	Es existiert dann eine Monotonie, wenn eine Folge entweder nur **steigend** oder nur **fallend** ist. Dies ist eine der Voraussetzungen der Konvergenz. Nach der Tendenz entsteht die Behauptung, die dann mittels vollständiger Induktion bewiesen wird.
Quotientenverfahren	Es wird das **Nachfolgeelement** a_{n+1} durch das **Vorgängerelement** a_n **dividiert**. Ist das Ergebnis größer 1, dann steigt die Folge anderenfalls fällt sie.
Differenzmethode	Es wird die **Differenz** aus dem **Nachfolgeelement** a_{n+1} dem **Vorgängerelement** a_n gebildet. Ist das Ergebnis größer 0, dann steigt die Folge anderenfalls fällt sie.
Schranken	Liegt eine Folge **innerhalb** eines **oberen** und eines **unteren** Werts, dann ist diese beschränkt. Je nachdem welche Monotonie vorliegt, ist eine der beiden Schranken bereits bestimmt. Die zweite muss mittel vollständiger Induktion bewiesen werden. Es bietet sich dabei die optimale Schranke / Grenzwert an.
Konvergenz	Ist eine Folge **monoton** und **beschränkt**, so ist diese **konvergent** und der Grenzwert existiert.
Grenzwert	beschreibt das **Verhalten** eines Ausdrucks / Funktion (Folge) an den **Rändern des Definitionsbereichs**. Ein Grenzwert ist immer eine Zahl. Sollte der Grenzwert unendlich sein, so ist der Ausdruck divergent.
Supremum	Obere Schranke oder **höchster** Wert der Folge
Infimum	Untere Schranke oder **tiefster** Wert der Folge

S 158 Nr 1) a $\qquad a_n = \frac{n-3}{2n}$; $n \geq 1$

Monotonie: $\quad n = 1 \quad a_1 = -1$ $\uparrow$

$\qquad\qquad\quad n = 2 \quad a_2 = -1/4$

Behauptung $\quad a_{n+1} > a_n$

$n = 1 \qquad a_2 > a_1 \qquad -1/4 > -1$ ✓

$n+1: \qquad a_{n+2} > a_{n+1}$

$$\frac{(n+2)-3}{2\cdot(n+2)} > \frac{(n+1)-3}{2\cdot(n+1)}$$

$$\frac{n-1}{2n+4} > \frac{n-2}{2n+2} \quad | \cdot (2n+4)(2n+2)$$

$$(n-1)\cdot(2n+2) = \cancel{2n^2} \underline{-2n+2n} - 2 > (n-2)(2n+4) = \cancel{2n^2} \underline{-4n+4n} - 8$$

$$-2 > -8$$ ✓

Schranken: Da a_n streng monoton steigt, muss $a_1 = -1$ untere Schranke sein.

Behauptung: $a_n < 100$

$n=1$ $\quad a_1 = -1 < 100$ ✓

$n+1$: $\quad a_{n+1} < 100$

$$\frac{n-2}{2n+2} < 100 \qquad | \cdot (2n+2)$$

$$n-2 < 200n + 200 \qquad | -200n + 2$$

$$-198n < 202 \qquad | : (-198)$$

$$n > -\frac{202}{198}$$

✓, da $n \geq 1$

$\underline{\text{Grenzwert}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n-3}{2n}\right) = \lim_{n\to\infty}\frac{\cancel{n}(1-\overbrace{3/n}^{\to 0})}{\cancel{n}\cdot 2} = 1/2$$

$\underline{\text{Schranke}}$

$a_n < 1/2$ (optimale Schranke)

$n=1 \qquad a_1 = -1 < 1/2 \quad \checkmark$

$n+1: \qquad \frac{n-2}{2n+2} < 1/2 \qquad | \cdot (2n+2)$

$n-2 < 1/2 \cdot (2n+2) = n+1 \qquad | -n$

$-2 < 1 \quad \checkmark$

S 164 Nr. 1) a) $\qquad a_{n+1} = -\frac{1}{3} \cdot (3 - 2a_n)$; $a_1 = 3$

$$a_{n+1} = -1 + \frac{2}{3} a_n$$

$$a_2 = -1 + \frac{2}{3} \cdot 3 = 1$$

Behauptung: $\quad a_{n+1} < a_n \qquad n=1: \quad a_2 < a_1$

$n+1 \qquad a_{n+2} < a_{n+1}$

$$-1 + \frac{2}{3} a_{n+1} < -1 + \frac{2}{3} a_n \qquad | +1 \cdot \frac{3}{2}$$

$$a_{n+1} < a_n \qquad \checkmark$$

Schranke

$a_n > -3 \quad | \cdot \frac{2}{3} \qquad n=1 \quad a_1 = 3 > -3$ ✓

$\frac{2}{3} a_n > -2 \quad | -1$

$\underbrace{-1 + \frac{2}{3} a_n}_{} > -3$

$a_{n+1} = -1 + \frac{2}{3} a_n \qquad a_{n+1} > -3$ ✓

Grenzwert: $\lim\limits_{n \to \infty} a_{n+1} = \lim\limits_{n \to \infty} a_n \wedge \lim\limits_{n \to \infty} a_n = r$

$-1 + \frac{2}{3} \cdot r = r \quad | -\frac{2}{3} r$

$-1 = \frac{1}{3} r \quad | \cdot 3$

$-3 = r \quad \Rightarrow \lim\limits_{n \to \infty} a_{n+1} = -3$