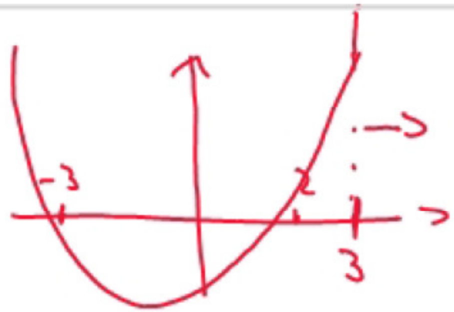
Vokabel	Bedeutung
Inklusion	Teilmengenbeziehung $A \subseteq B$
transitiv	Logische Schlussfolgerungen sind erlaubt
de Morgan	Gesetz zum Negieren von Ausdrücken $\overline{a \wedge b} = \bar{a} \vee \bar{b}$
disjunkte Mengen	Mengen die über die Schnittmenge die leere Menge liefern $A \cap B = \{\ \ \}$
Tertium non datur	Ein Ausdruck, der nichts verändert $a \vee \neg a = W$
Subjunktion	Ist eine Wenn-Dann-Beziehung, nur die Aussage $W \rightarrow F$ ist falsch
Implikation	Ist eine Subjunktion allgemeingültig, so handelt es sich um eine Implikation
Kontingenz	Ist eine Aussageform dann, wenn an manchen Mustern erfüllt und an anderen nicht
Boolean	Beschreibt eine Menge, in der nur zwei Zustände vorhanden sind.
Maxterm	Eine ODER-Verbindung, in der alle Variablen enthalten sind.
kanonisch	ist vollbesetzte Struktur
Range	Wertebereich einer Relation / Funktion
partiell	Dürfen nicht alle Werte eingesetzt werden, dann nicht total = partiell
irreflexiv	Es darf kein einziger Pasch vorhanden sein.
injektiv	Alle Parallelen zur x-Achse schneiden den Graphen maximal einmal.
Komposition	Ist ein Ineinanderschachteln von Ausdrücken / Funktionen
surjektiv	Wird der Wertebereich komplett abgebildet
Primfaktorzerlegung	Eine Zahl wird in ein Produkt aus Primzahlen zerlegt.
Prämisse	Voraussetzung, gehört zum Induktionsschluss
Teilbarkeit	Modulo, oder eine Zahl ist ein ganzzahliges Vielfaches einer anderen Zahl.

S 134 Nr 3) $\boxed{n^2} > n+5$; $n \geq 3$



$n = 3$: $9 > 8$ ✓

Prämisse: $n^2 > n+5$ für alle $n \geq 3$ gilt.

$n+1$ $(n+1)^2 > (n+1)+5$

$n^2 + n - 5 > 0$

$(n+3)(n-2) > 0$

$\boxed{n^2} + 2n + 1 > n+6$

$(n+5) + 2n + 1 > n+6$

$3n + 6 > n+6 \quad | -6$

$3n > n \quad | -n \quad |:n$ da $n <> 0$

$2n > 0$ ✓ , da $n \geq 3$

$3 > 1$

5) $3^{n+1} + 2^{3n+1} = 5 \cdot k \quad ; k \in \mathbb{Z} \quad ; n \in \mathbb{N}$

$n=0$: $3^{0+1} + 2^{0+1} = 3+2 = 5 = 5 \cdot k \quad k = 1 \in \mathbb{Z}$ ✓

Prämisse: $\boxed{3^{n+1} + 2^{3n+1}}$ ist für $n \in \mathbb{N}$ durch 5 teilbar.

n+1

$$3^{(n+1)+1} + 2^{3(n+1)+1} = 3^{n+2} + 2^{3n+4} = 5 \cdot k$$

$$2^{3n+1+3}$$

$$2^{3n+1} \cdot 2^3$$

$$3 \cdot 3^{n+1} + 8 \cdot 2^{3n+1} = 5 \cdot k$$

$$3 \cdot \left(3^{n+1} + 2^{3n+1} \right) + 5 \cdot 2^{3n+1}$$

$$8 \left(\underbrace{3^{n+1} + 2^{3n+1}}_{} \right) - 5 \cdot 3^{n+1}$$

$$8 \cdot 5 \cdot k - 5 \cdot 3^{n+1}$$

$$= 5 \cdot k$$

$$5 \cdot \left(8k - 3^{n+1} \right)$$

$$\mathbb{Z} - \mathbb{N}$$

$$\in \mathbb{Z}$$

6) $\underline{\left(10^n + 3 \cdot 4^{n+2} + 5\right)} \bmod 9 = 0 \quad ; \; n \in \mathbb{N}$

$\ldots$

$\underline{n+1}:$

$$10^{n+1} + 3 \cdot 4^{n+3} + 5 = 9 \cdot K$$

$$10 \cdot 10^n + 4 \cdot (3 \cdot 4^{n+2}) + 5 = 9 \cdot K$$

$$10 \cdot (\underbrace{10^n + 3 \cdot 4^{n+2} + 5}) - 6 \cdot (3 \cdot 4^{n+2}) - 45 = 9 \cdot K$$

$$10 \cdot \quad 9 \cdot K \quad - 18 \cdot 4^{n+2} - 45 = 9 \cdot K$$

$$9 \cdot (10 \cdot K - 2 \cdot 4^{n+2} - 5) = 9 \cdot K$$

$$(\mathbb{Z} - \mathbb{N} - 5) \to \mathbb{Z}$$

Zahlenfolgen für $n \in \mathbb{N}$ $\nearrow$ $a_n = \ldots$, $a_{n+1} = \ldots$

ungerade Zahlen: $a_n = 1; 3; 5; 7; 9; \ldots$ (intuitiv)

explizit $a_n = 2n + 1 \quad ; n \in \mathbb{N}$

rekursiv: $a_{n+1} = a_n + 2 \quad ; a_1 = 1$

$a_2 = a_{1+1} = a_1 + 2 = 1 + 2 = 3$

$a_3 = a_{2+1} = a_2 + 2 = 3 + 2 = 5$

$a_n = 2n+1 \qquad b_{n+1} = b_n + 2 \; ; \quad b_0 = 1$

$2n+1 = b_n + 2 \quad ⚡$

<u>$n=0$:</u> $\quad a_0 = 2\cdot 0 + 1 = 1 = b_0 \quad ✓$

<u>Prämisse:</u> $\quad a_n = b_n \;, \; n \in \mathbb{N}$

$(n+1) \qquad a_{n+1} = 2\cdot(n+1)+1 = 2n+3 = \underbrace{(2n+1)}_{a_n = b_n} + 2$

$\Rightarrow b_n + 2$

$a_n = \frac{1}{n}(1 - 4n) \quad ; \quad n \geq 1$

$a_n = \frac{1}{n} - 4 \qquad a_1 = -3 \quad ; \quad a_2 = -3\frac{1}{2} \quad ; \quad a_3 = -3\frac{2}{3}$

$a_{n+1} < a_n$ (fallend)

$n = 1 \qquad a_2 < a_1 \qquad -3\frac{1}{2} < -3$ ✓

$n+1 \qquad a_{n+2} < a_{n+1}$

$$\frac{1}{n+2} - 4 < \frac{1}{n+1} - 4 \qquad | +4 \cdot (n+1) \cdot (n+2)$$

$$n+1 < n+2 \qquad | -n \quad | -1$$

$$0 < 1$$ ✓

$\Rightarrow$ a_n ist streng monoton fallend

$a_1 = -3$ ist obere Schranke

$a_n = \frac{1}{n} - 4$

$a_n > -12$

$n=1$: $a_1 = -3 > -12$

$n+1$ $a_{n+1} > -12$

$\frac{1}{n+1} - 4 > -12$ $\frac{1}{n+1} > -8$ $| \cdot (n+1)$

$:(-8)$

$-\frac{1}{8} < n+1$

$n > -\frac{9}{8}$ ✓