Vokabel	Bedeutung
rechtseindeutig	Wird bei einem Tupel der **rechte Wert** eindeutig zugewiesen, so handelt es sich um eine rechtseindeutige Relation und man spricht von einer **Funktion**. $f(x) = y_1 \wedge f(x) = y_2 \Longrightarrow y_1 = y_2$
injektiv (linkseindeutig)	Wird bei einem Tupel der **linke Wert** eindeutig zugewiesen, so handelt es sich um eine linkseindeutige bzw. **injektive** Funktion. $f(x_1) = y \ \wedge f(x_2) = y \Rightarrow x_1 = x_2$
surjektiv (rechtstotal)	ist eine Relation dann, wenn der **Wertebereich** der Funktion identisch mit der **zweiten** Menge des zugrundeliegenden kartesischen Produkts ist $\mathbb{W} = M_2\ , mit\ M_1 \times M_2$
total (linkstotal)	ist eine Relation dann, wenn der **Definitionsbereich** der Funktion identisch mit der **ersten** Menge des zugrundeliegenden kartesischen Produkts ist $\mathbb{D} = M_1\ , mit\ M_1 \times M_2$
bijektiv	ist eine Funktion **injektiv**, **surjektiv** und **total**, dann nennt man diese auch bijektiv und sie ist somit **umkehrbar**.
Umkehrfunktion	ist grafisch gesehen eine **Spiegelung an der 1. Winkelhalbierenden**. Nachdem – durch Anpassung der Welt – die Funktion **bijektiv** gemacht wurde, löst man diese nach ***x*** auf, macht den **Variablentausch** und wechselt noch den Definitionsbereich mit dem Wertebereich und umgekehrt.
Komposition	ist ein **Ineinander-Schachteln** von Funktionen, wobei die Variable der äußeren Funktion durch einen Ausdruck (innere Funktion) ersetzt wird.
Achsensymmetrie	ist eine Funktion dann, wenn sich alle Punkte an der **y-Achse** spiegeln lassen, d.h. es ändert sich nur das Vorzeichen der ersten Koordinate. $f(x) = f(-x)$
Punktsymmetrie	ist eine Funktion dann, wenn sich alle Punkte am **Ursprung** spiegeln lassen, d.h. es ändert sich nur das Vorzeichen beider Koordinaten. $f(x) = -f(-x)$ *Ist eine Funktion nicht zum Ursprung punktsymmetrisch, dann müssen beim Beweis die Koordinaten entsprechend verschoben werden.*

$$M = \{ x \in \mathbb{Z}^+ \mid x \bmod 2 = 0 \}$$

$$\Delta = \{ (x;y) \in M \times M \mid \frac{x}{y} = p^2 ;\ p \in \mathbb{N}_0 \}$$

Beispiele: $(8;2) \in \Delta$, da $8/2 = 2^2$

$(16;1) \in \Delta$, da $16/1 = 4^2$

<u>reflexiv</u>: $(x;x) \in \Delta$; $x \in M$

$$\frac{x}{x} = 1 = 1^2 \quad 1 \in \mathbb{N}_0 \quad \checkmark$$

<u>transitiv</u>: $(x;y) \in \Delta \ \wedge \ (y;z) \in \Delta \Rightarrow (x;z) \in \Delta$

$$\frac{x}{y} = p_1^2 \ \wedge \ \frac{y}{z} = p_2^2 \Leftrightarrow y = z \cdot p_2^2$$

$$\frac{x}{z \cdot p_2^2} = p_1^2 \Leftrightarrow \frac{x}{z} = p_1^2 \cdot p_2^2 = (\underbrace{p_1 \cdot p_2}_{\mathbb{N}_0})^2$$

Symmetrie:

Tendenz: $(8;2) \in \Delta$, da $8/2 = 2^2$ $2 \in \mathbb{N}_0$

$(2;8) \notin \Delta$, da $2/8 = \frac{1}{2}^2$ $\frac{1}{2} \notin \mathbb{N}_0$

$\Rightarrow$ nicht symmetrisch

antisymmetrisch: $(x;y) \in \Delta \wedge (y;x) \notin \Delta$, $x \neq y$

$$\frac{x}{y} = p_1^2 \wedge \frac{y}{x} = p_2^2 \quad | \uparrow^{(-1)}$$

$$\frac{x}{y} = 1/p_2^2$$

$$p_1^2 = 1/p_2^2 \Rightarrow p_1 = p_2 = 1$$

$\Rightarrow$ Ordnungsrelation

$$y = \frac{4}{x^2-8} - 4 \qquad | +4$$

$$y+4 = \frac{4}{x^2-8} \qquad | \uparrow^{(-1)}$$

$$\frac{1}{y+4} = \frac{x^2-8}{4} \qquad | \cdot 4$$

$$\frac{4}{y+4} = x^2-8 \qquad | +8$$

$$\frac{4}{y+4} + 8 = x^2 \qquad | \sqrt{\ }$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{4}{y+4} + 8}$$

$f(x) = y_1$:

$$x = \pm\sqrt{\frac{4}{y_1+4} + 8}$$

$f(x) = y_2$:

$$x = \pm\sqrt{\frac{4}{y_2+4} + 8}$$

Gleichsetzung

$$\pm\sqrt{\frac{4}{y_1+4}+8} = \pm\sqrt{\frac{4}{y_2+4}+8} \quad \Big| \uparrow^2$$

$$\frac{4}{y_1+4} + 8 = \frac{4}{y_2+4} + 8 \quad | -8 \ \uparrow^{(-1)}$$

$$\frac{y_1+4}{4} = \frac{y_2+4}{4} \quad | \cdot 4 \ -4$$

$$y_1 = y_2$$

$$y = \frac{4}{x^2-8} - 4 \qquad f(x_1) = y \wedge f(x_2) = y$$

$$x_1 = x_2$$

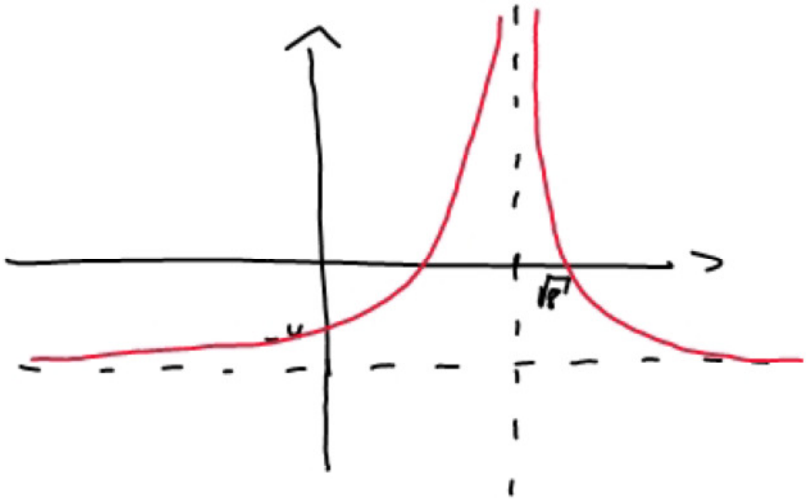
$$\frac{4}{x_1^2-8} - 4 = \frac{4}{x_2^2-8} - 4 \qquad | +4$$

$$\frac{4}{x_1^2-8} = \frac{4}{x_2^2-8} \qquad | ^{-1} \qquad \frac{x_1^2-8}{4} = \frac{x_2^2-8}{4} \qquad | \cdot 4 \ +8$$

$$x_1^2 = x_2^2 \qquad | \sqrt{\ } \qquad x_1 = x_2 \qquad x_1 = -x_2$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{\sqrt{8}\}$$

$$W_f = \mathbb{R}^{>-4}$$



$$f: \{(x;y) \in \mathbb{R}^{>\sqrt{8}} \times \mathbb{R}^{>-4} \mid y = \frac{4}{x^2-8} - 4\}$$

$$\Rightarrow \text{bijektiv}$$

$$x = \sqrt{\frac{4}{y+4} + 8} \qquad f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{4}{x+4} + 8}$$

$$\left.\begin{aligned} f(x) &= f(-x) \\ f(x) &= \frac{4}{(-x)^2-8} - 4 = \frac{4}{x^2-8} - 4 \end{aligned}\right\} \text{Achsensymmetrie}$$