TUTORIUM

19.01.2018

AUFGABEN

I. Geben Sie zu den folgenden Aufgaben den Grenzwert an.

$$\left.\begin{array}{ll} 1) & \lim\limits_{x\to -3} \dfrac{15+5x}{2\sqrt{6-x}+(3-x)} \\[2em] 2) & \lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^3-5x^2-4x+20}{x^3+x^2-25x-25} \end{array}\right\} \text{Berechnung auf 2 Arten!}$$

3) $$\lim_{x\to\infty} \frac{3}{2\sqrt[x]{16}} - \left(1+\frac{3}{x}\right)^x + ln\left(\frac{1}{x}+1\right)$$

II. Geben Sie zu den folgenden Aufgaben alle Asymptoten an -> Skizze.

a) $$f(x) = \frac{2x^3+6x^2-36x}{x^3+4x^2-11x-30}$$

b) $$g(x) = \frac{x^3-6x^2-13x+42}{2x^2-6x-56}$$

Klausur WS 2016/17

4) $$\underbrace{1+4+7+\ldots(3n-2)}_{n\text{- Element}} = \sum_{k=1}^{n} \underbrace{(3k-2)}_{a_k} = \overbrace{\tfrac{1}{2}n(3n-1)}^{S_n}$$

$a_1 = S_1$ $\quad 3\cdot 1-2 = 1 = \tfrac{1}{2}\cdot 1\cdot(3\cdot 1-1) = 1$ ✓

Prämisse: Es gilt für alle $n \geq 1$ $\sum_{k=1}^{n}(3k-2) = \tfrac{1}{2}n(3n-1)$

$S_n + a_{n+1} = S_{n+1}$: $\quad \tfrac{1}{2}n\cdot(3n-1) + [3\cdot(n+1)-2] = \tfrac{1}{2}\cdot(n+1)\cdot[3\cdot(n+1)-1]$

$$\tfrac{3}{2}n^2 - \tfrac{1}{2}n + 3n + 1$$

$$= (\tfrac{1}{2}n + \tfrac{1}{2})(3n+2)$$

$$= \tfrac{3}{2}n^2 + \tfrac{3}{2}n + n + 1$$

$$\tfrac{3}{2}n^2 + \tfrac{5}{2}n + 1 = \tfrac{3}{2}n^2 + \tfrac{5}{2}n + 1 \quad \Big/ - \tfrac{3}{2}n^2 - \tfrac{5}{2}n - 1$$

$$0 = 0 \quad ✓$$

1) $$\lim_{x \to -3} \frac{15 + 5x}{2 \cdot \sqrt{6-x} - (3-x)}$$

$(x+3)$

$$\frac{5 \cdot (3+x) \cdot \left[2\sqrt{6-x} + (3-x)\right]}{\underbrace{\left[2\sqrt{6-x} - (3-x)\right]}_{(a\ -\ b)} \cdot \underbrace{\left[2\sqrt{6-x} + (3-x)\right]}_{(a\ +\ b)}}$$

$$4 \cdot (6-x) - (3-x)^2 = 24 - 4x - (9 - 6x + x^2)$$

$$-x^2 + 2x + 15 = -(x^2 - 2x - 15)$$

$$-(x+3)(x-5)$$

$$\lim_{x \to -3} \frac{5 \cdot \left[2\sqrt{6-x} + (3-x)\right]}{-(x-5)} = \frac{5 \cdot (6+6)}{+8}$$

$$= + 15/2 = + 7{,}5$$

$$f(x) = a\sqrt{\heartsuit} = a \cdot (\heartsuit)^{1/2}$$

$$f'(x) = a \cdot 1/2 \cdot (\heartsuit)^{1/2 - 1} \cdot \heartsuit'$$

$$= 1/2 \cdot a \cdot \heartsuit^{-1/2} \cdot \heartsuit' = a \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\heartsuit}} \cdot \heartsuit'$$

$$f(x) = 2/3 \cdot \sqrt{6x} \qquad f'(x) = 2/3 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{6x}} \cdot 6 = \frac{2}{\sqrt{6x}}$$

$$\lim_{x \to -3} \frac{15 + 5x}{2 \cdot \sqrt{6-x} - (3-x)} = \lim_{x \to -3} \frac{5}{2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{6-x}} \cdot (-1) + 1}$$

$$= \frac{5}{-1/3 + 1} = 5/(2/3) = 15/2$$

2) $$\lim_{x \to 5} \frac{x^3 - 5x^2 - 4x + 20}{x^3 + x^2 - 25x - 25} = 0/0$$

$$\lim_{x \to 5} \frac{3x^2 - 10x - 4}{3x^2 + 2x - 25} = \left[\frac{75 - 50 - 4}{75 + 10 - 25} \right] = \frac{21}{60} = 7/20$$

3) $$\Rightarrow \left(3/2\right)^{-} - e^{3} + \ln(1) = 3/2 - e^{3}$$