

MATHEMATIK

02.02.2018

WIEDERHOLUNG

Diese Fragen sollten Sie auch ohne Skript beantworten können:

- ✓ Was sucht man bei einem bestimmten Integral?
- ✓ Wann handelt es sich um ein unbestimmtes Integral?
- ✓ Was sind die wichtigsten Regeln der Integration?
- ✓ Was versteht man unter einer Integrandfunktion?
- ✓ Wie bestimmen Sie die Flächen einer Funktion bei gegebenen Grenzen?
- ✓ Was verstehen Sie unter der Aufleitung einer Potenzfunktion?
- ✓ Wie berechnet man die Fläche zwischen Funktion und x-Achse?
- ✓ Was machen Sie bei mehreren Nullstellen?

ZIELSETZUNG

Themen, die Sie nach dieser Veranstaltung kennen sollten:

- ✓ Aufgaben und Anwendungen der Integralrechnung.
- ✓ Wann sprechen wir von einem endlichen Integral?
- ✓ Was ist der Grenzwert eines Integrals?
- ✓ Kombination von Funktion und Ableitung als Integrandausdruck.
- ✓ Was ist eine reduzierende/ alternierende Funktion
- ✓ Wie funktioniert die partielle Integration?
- ✓ Allgemeingültige Methodik zur Integralberechnung
- ✓ Aufgaben und Übungen zu den benannten Themen.

AUFGABEN

1) Bestimmen Sie von den folgenden Funktionen die zugehörige Stammfunktion.

a) $f(x) = x^5 - \frac{2}{5}x^2 - 5\sqrt[3]{x} + 2,5$

b) $g(x) = \frac{4}{x^4} + \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{2x}$

2) Bestimmen Sie die Fläche die von der Funktion und der x-Achse eingeschlossen wird.

a) $g(x) = x^2 - x - 2 \wedge x - \text{Achse}$

3) Berechnen Sie die Nullstellen der Integrandfunktion und geben anschließend den Flächeninhalt des Integrals an.

a) $\int_0^4 (x^2 + 8x + 15) dx$

b) $\int_{-2}^2 (x^4 - 9x^2) dx$

INTEGRALRECHNUNG V

Die Stammfunktion einer höheren Funktion kann mit folgender Methodik gebildet werden:

1. Die äußere Funktion wird als Nebenrechnung **aufgeleitet**.
2. Diese Testfunktion wird nun **abgeleitet**.
3. Mittels Faktoren kann nun die Ableitung der Stammfunktion **ausgleichen** werden.

Beispiel:

$$f(x) = 2 \cdot e^{3x+12}$$

1. Aufleitung:

$$G(x) = e^{3x+12}$$

2. Ableitung:

$$g(x) = e^{3x+12} \cdot [3x+12]' = 3 \cdot e^{3x+12}$$

3. Ausgleich:

$$3 \cdot ? = 2$$

$$F(x) = \frac{2}{3} \cdot e^{3x+12}$$

Probe:

$$F'(x) = \frac{2}{3} \cdot e^{3x+12} \cdot [3x+12]' = \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot e^{3x+12} = 2 \cdot e^{3x+12} = f(x)$$

INTEGRALRECHNUNG VI

Um die Fläche **zwischen zwei Funktionen** zu berechnen, bestimmt man das Integral der **Differenzfunktion** innerhalb der existierenden **Nullstellen**.

1. Nullstellenberechnung:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x_1 = \alpha \vee x_2 = \beta$$

2. Integration der Differenzfunktion:

$$\int_{\beta}^{\alpha} (f(x) - g(x)) dx$$

Beispiel:

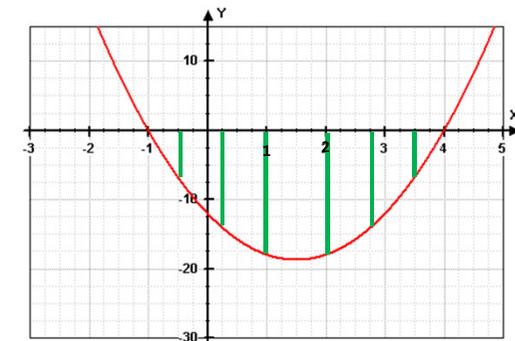
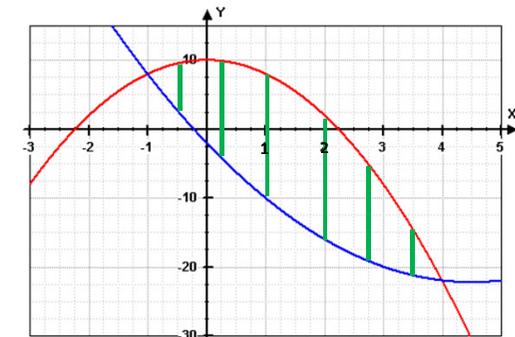
$$f(x) = 10 - 2x^2 \wedge g(x) = x^2 - 9x - 2$$

1. Nullstellen:

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\Leftrightarrow 10 - 2x^2 = x^2 - 9x - 2 \\ &= 3x^2 - 9x - 12 = 3 \cdot (x - 4) \cdot (x + 1) = 0 \end{aligned}$$

2. Integration:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^4 (3x^2 - 9x - 12) dx &= \left| x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 12x \right|_{-1}^4 \\ &= |F(4) - F(-1)| = |-56 - 6,5| = 62,5 \end{aligned}$$



AUFGABEN

1) Lösen Sie die folgenden Integralgleichungen.

$$\text{a) } \int_1^z (3x^2 - 3) dx = 4$$

2) Bestimmen Sie von den folgenden Funktionen die zugehörige Stammfunktion.

$$\text{a) } h(x) = 3 - 2 \cdot \sin(5 - 4x)$$

$$\text{b) } k(x) = \sqrt[3]{12 - 0,5x}$$

3) Bestimmen Sie den Flächeninhalt zwischen den gegebenen Funktionen.

$$\text{a) } f(x) = x^2 - 3x + 5 \wedge g(x) = 2x + 1$$

$$\text{b) } f(x) = x \cdot (x^2 - x) \wedge g(x) = x^2 + x - 2$$