

# MATHEMATIK

**27.10.2017**

# WIEDERHOLUNG

Diese Fragen sollten Sie auch ohne Skript beantworten können:

- ✓ Nennen Sie die 2 wichtigsten Eigenschaften von Mengen!
- ✓ Auf welche Arten können Sie eine Menge angeben - Teilbarkeit?
- ✓ Wie sind die Zahlenmengen der Arithmetik definiert?
- ✓ Welche Mengen werden durch UND / ODER berechnet?
- ✓ Welche Gesetze gibt es in der Mengenlehre und Arithmetik?
- ✓ Welche Objekte sind in der Mengenlehre neutral?
- ✓ Was wird durch die Inklusion beschrieben?
- ✓ Was bedeutet Klasseneinteilung bzgl. UND / ODER?
- ✓ Was erhält man durch die Bildung der Potenzmenge?
- ✓ Warum ist das kartesische Produkt nicht kommutativ?

# ZIELSETZUNG

Themen, die Sie nach dieser Veranstaltung kennen sollten:

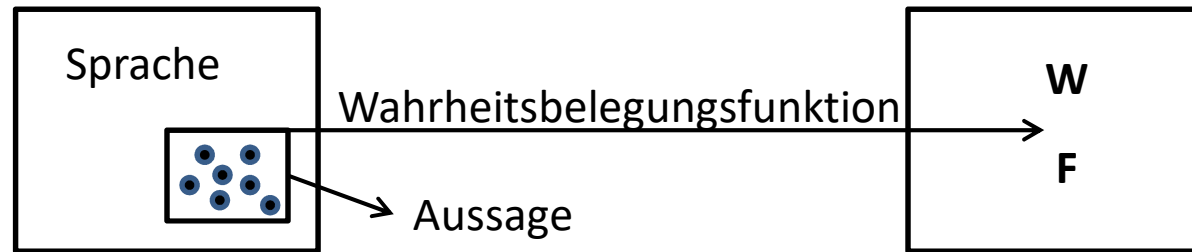
- ✓ Was versteht man unter einer Aussage bzw. Aussageform?
- ✓ Was ist eine Wahrheitsbelegungsfunktion?
- ✓ Welche Operatoren gibt es mit welcher Belegung?
- ✓ Was ist neutral in der Aussagenlogik?
- ✓ Was ist eine Wahrheitstabelle?
- ✓ Was beschreibt die Erfüllungsmenge einer Aussage?
- ✓ Wie kommt man von einer Schaltung zu der Aussageform?
- ✓ Aufgaben und Übungen zu den benannten Themen.

# AUFGABEN

Lösen Sie die folgenden Übungen, in dem Sie je einmal die Mengen via Aufzählung und einmal mittels Eigenschaften definieren.

- 1) Beschreiben Sie alle ganzen Zahlen zwischen -5 und 10, die durch drei aber nicht durch 4 teilbar sind.
- 2) Definieren Sie die natürlichen Zahlen größer gleich vier und kleiner 50, die durch 4 und durch 7 teilbar sind.
- 3) Gegeben sei die Menge  $M$  aller Studierenden an der Hochschule Fulda in Form der Matrikelnummer. Gesucht ist die Menge der Studierenden, wo die Quersumme der Matrikelnummer größer 15 ist.

# AUSSAGENLOGIK



## Aussage:

Eine Aussage ist ein Satz der eindeutig als wahr **oder** falsch klassifiziert werden kann.

## Aussageform:

Eine Aussageform  $A(x)$  ist ein Satz der mindestens von einem flexiblen Zustand bzw. einer Variablen abhängig ist und dadurch zu einer Aussage wird.

## Wahrheitsbelegungsfunktion:

Es handelt sich um eine einstellige Funktion, die einer beliebigen Aussage den Wert „wahr“ oder „falsch“ zuordnet.

## Beispiel:

Wahre Aussage:  $40 + 2 = 42$

Falsche Aussage:  $\sqrt{-42} \in \mathfrak{R}$

Aussageform:  $x + 42 = 0$

# LOGISCHE OPERATOREN

P  
R  
I  
O  
R  
I  
T  
Ä  
T



Negation:

$\neg$

$$\neg(W) = F$$

$$\neg(F) = W$$



*einstellig*

Konjunktion:

$\wedge$

$\wedge$	W	F
W	W	F
F	F	F

Disjunktion:

$\vee$

$\vee$	W	F
W	W	W
F	W	F

Subjunktion:

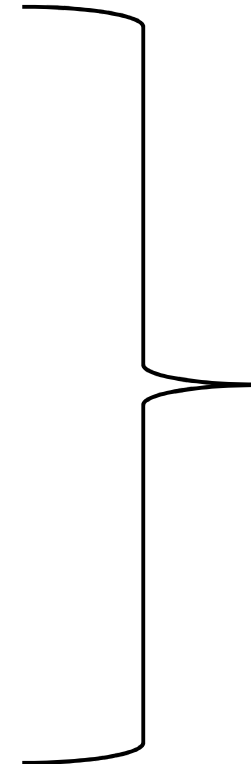
$\rightarrow$

$\rightarrow$	W	F
W	W	F
F	W	W

Bijunktion:

$\leftrightarrow$

$\leftrightarrow$	W	F
W	W	F
F	F	W



*zweistellig*

# WAHRHEITSTABELLEN

In einer Wahrheitstabelle werden alle möglichen Szenarien einer Schaltung abgebildet und durchgespielt.

Die positiven Ergebnisse werden als Erfüllungsmenge der Aussage  $E[A]$  bezeichnet.

Mit  $n$  Eingängen können  $2^n$  verschiedene Eingabemuster erzeugt werden, wobei in den jeweiligen Zeilen stets  $2^{n-\text{Zeilennummer}}$  mal wechselnd WAHR bzw. FALSCH steht. Die folgenden Zeilen werden analog oder durch Halbierung der Muster gebildet.

Beispiel: *3 Eingabevariablen = 8 verschiedene Eingabemuster*

<i>a</i>	W	W	W	W	F	F	F	F
<i>b</i>	W	W	F	F	W	W	F	F
<i>c</i>	W	F	W	F	W	F	W	F
...								
...								
$E[A]$								

# AUFGABEN

Bestimmen Sie die Erfüllungsmenge der folgenden Aussagenverbindung.

1)  $A(p, q, r) := p \rightarrow (q \vee r) \leftrightarrow \neg(q \vee r) \rightarrow \neg p$

2)  $A(p, q, r) := \neg(p \rightarrow (q \vee r)) \vee \neg(q \wedge \neg r)$

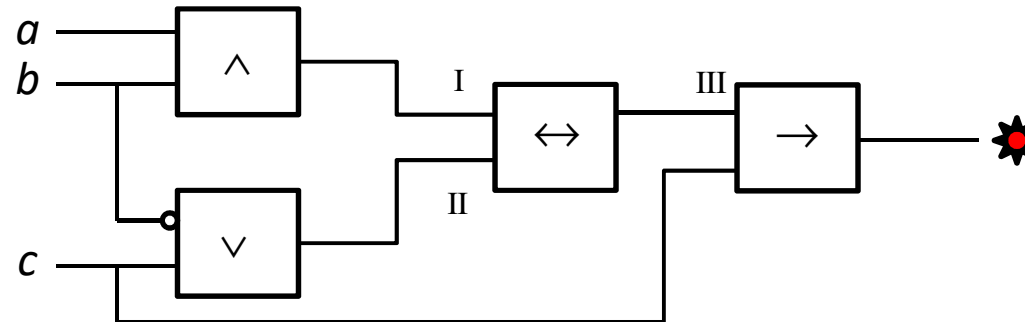
3)  $A(x, y, z) := (x \wedge y) \vee (\neg x \vee \neg y) \rightarrow z \leftrightarrow x \vee \neg y \rightarrow z$

4)  $A(x, y, z) := x \wedge (y \vee \neg z) \rightarrow z \vee \neg(y \leftrightarrow x)$



# BEISPIEL EINER SCHALTUNG

Schaltung:



Wahrheitstabelle:  $[(a \wedge b) \leftrightarrow (\neg b \vee c)] \rightarrow c$

$E[A] = Bool^3 \setminus \{(FWF)\}$

$a$	W	W	W	W	F	F	F	F
$b$	W	W	F	F	W	W	F	F
$c$	W	F	W	F	W	F	W	F
$a \wedge b$	W	W	F	F	F	F	F	F
$\neg b$	F	F	W	W	F	F	W	W
$\neg b \vee c$	W	F	W	W	W	F	W	W
$(a \wedge b) \leftrightarrow (\neg b \vee c)$	W	F	F	F	F	W	F	F
$[(a \wedge b) \leftrightarrow (\neg b \vee c)] \rightarrow c$	W	W	W	W	W	F	W	W

# AUFGABEN

Geben Sie zu den folgenden Schaltungen die Erfüllungsmenge an.

