VOKABELN DER ZAHLENTHEORIE

1) Primzahlen
2) Induktionsanfang
3) Teilbarkeitsdefinition
4) ggT (Anwendung)
5) Prämisse
6) Peano Axiome
7) Euklidischer Algorithmus
8) teilerfremd
9) kgV (Anwendung)
10) Primfaktorzerlegung
11) Induktionsschluss
12) Division mit Rest

1) $9^n + 7 \; ; \; n \geq 0$ ist durch 8 teilbar

$$9^n + 7 = 8 \cdot k \; ; \; k \in \mathbb{Z}$$

$$n = 0 : \; 9^0 + 7 = 1 + 7 = 8 = 8 \cdot 1 \; ; \; 1 \in \mathbb{Z} \; ✓$$

<u>Prämisse</u> $\boxed{9^n + 7} = 8 \cdot k \; ; \; n \geq 0 \wedge k \in \mathbb{Z}$

$$n+1 : \; 9^{n+1} + 7 = 9 \cdot 9^n + 7$$

$$\text{I.} \quad 9 \cdot (\underbrace{9^n + 7}) - 56 = 8k_1$$

$$9 \cdot 8k_2 - 8 \cdot 7 = 8k_1$$

$$8 \cdot (9k_2 - 7) = 8k_1$$

$$(9 \cdot \mathbb{Z} - \mathbb{N}) \rightarrow \mathbb{Z} \quad ✓$$

$\cancel{\forall x \in \mathbb{R}}$ ....

II $$9 \cdot 9^n + 7 = 8 \cdot k_1$$

$$\underbrace{(9^n + 7)} + 8 \cdot 9^n = 8 \cdot k_1$$

$$8k_2 + 8 \cdot 9^n = 8 \cdot k_1$$

$$8 \cdot (k_2 + 9^n) = 8 \cdot k_1$$

$$(\mathbb{Z} + \mathbb{N}) \Longrightarrow \mathbb{Z}$$

4) $$(1+x)^n \geq 1 + n \cdot x \;;\; \underbrace{n \in \mathbb{N}_0}_{\text{Variable}} \;;\; \underbrace{x \in \mathbb{R} \; (x \in \mathbb{C})}_{\text{Parameter}}$$

$(1+x)^n \geq 1 + n \cdot x \quad ; n \in \mathbb{N}_0 \quad ; x \in \mathbb{R} \quad (\mathbb{C})$

$n = 0 \qquad (1+x)^0 \geq 1 + 0 \cdot x$

$\qquad\qquad 1 \geq 1 \qquad \checkmark \quad x \in \mathbb{R} \; ; x \in \mathbb{C}$

Prämisse. Es gilt: $\underline{(1+x)}^n \geq \underline{1 + n \cdot x}$

$n+1: \qquad (1+x)^{n+1} \geq 1 + (n+1) \cdot x$

$$\underline{(1+x)^n} \cdot (1+x)^1 \geq \underline{1 + nx} + x$$

$$\underline{(1+n \cdot x)} \cdot (1+x) \geq 1 + nx + x$$

$$1 + nx + x + nx^2 \geq 1 + nx + x \quad | -1 - nx - x$$

$$n \cdot x^2 \geq 0 \qquad \begin{array}{ll} x \in \mathbb{R} \Rightarrow x^2 \geq 0 & \checkmark \\ x \in \mathbb{C} \Rightarrow x^2 \in \mathbb{R} & ⚡ \end{array}$$